



DEPARTEMEN PENDIDIKAN NASIONAL
UNIVERSITAS ANDALAS
FAKULTAS MIPA
JURUSAN MATEMATIKA

RENCANA PROGRAM DAN KEGIATAN PEMBELAJARAN SEMESTER (RPKPS)

Mata Kuliah	Teknik Penarikan Sampel	Dosen	1. Ir. Hazmira Yozza, M.Si 2. Izzati Rahmi HG, S.Si, M.Si
Kode / SKS	PAM 365/ 3 SKS	Kode Dosen	
Prasyarat	Statistika Elementer (PAM 162)	Status	Pilihan
Universitas	Andalas	Jurusan	Matematika
Fakultas	MIPA	Program Studi	Matematika
Semester	5 (Lima)	Konsentrasi	Statistika

KOMPETENSI

Setelah mempelajari materi mata kuliah ini, mahasiswa diharapkan :

1. mampu menjelaskan perlunya dilakukan penarikan sampel
2. mampu merancang tahapan dalam penarikan sampel, dimulai dengan mengidentifikasi populasi, kerangka penarikan sampel, satuan penarikan sampel, memilih ukuran sampel dan menentukan metode penarikan sampel yang sesuai
3. mampu bekerjasama dalam sebuah tim, berdiskusi dalam mengkomunikasikan rancangan penarikan sampel yang dapat dilakukan dalam suatu survei

POKOK BAHASAN:

1. Review Konsep Dasar Metode Statistika
2. Konsep Dasar Penarikan Sampel
3. Penarikan Sampel Acak Sederhana
4. Penarikan Sampel Acak Berlapis
5. Pendugaan Rasio, Regresi dan Beda
6. Penarikan Sampel Acak Sistematis
7. Penarikan Sampel Acak Gerombol
8. Penarikan Sampel Acak Gerombol Dua Tahap
9. Pendugaan Ukuran Populasi
10. Teknik Penarikan Sampel Non-Probability
11. Topik Tambahan (

RENCANA PEMBELAJARAN

PERT. KE	KOMPETENSI	TOPIK	BAHAN KAJIAN	BENTUK PEMBELAJARAN	KRITERIA PENILAIAN
1	<ul style="list-style-type: none"> • Mampu menjelaskan ruang lingkup dari mata kuliah Teknik Penarikan Sampel • Mampu menjelaskan pengertian data, jenis-jenis data dan cara pengumpulan data • Mampu menjelaskan mengapa penarikan sampel ini perlu dilakukan • Mampu cara-cara pendeskripsian data 	Kontrak perkuliahan Pendahuluan Review materi PAM 262	<ul style="list-style-type: none"> • Populasi vs Sampel • Parameter vs stat • Pendeskripsian data 	Presentasi dosen dan diskusi	PR Keaktifan mhs

PERT KE	KOMPETENSI	BAHAN KAJIAN		BENTUK PEMBELA- JARA	KRITERIA PENILAIAN
2	<ul style="list-style-type: none"> Mampu menjelaskan kembali materi PANM 262 yang terkait dengan sebaran penarikan sampel, pendugaan parameter dan pengujian hipotesis Mampu menjelaskan pengertian populasi, unsur, satuan penarikan sampel, kerangka penarikan sampel dan sampel. Mampu menjelaskan perbedaan sensus dan survei 	<p>Review PAM 262</p> <p>Konsep Dasar Penarikan Sampel</p>	<ul style="list-style-type: none"> Sebaran PC Pendugaan Parameter Pengujian Hipotesis Beberapa istilah Sensus vs survei 	Presentasi dosen dan diskusi	Presentasi Keaktifan mhs
3	<ul style="list-style-type: none"> Mampu menyebutkan teknik-teknik penarikan sampel Mampu menjelaskan kesalahan-kesalahan dalam pengambilan sampel (sampling error dan non-sampling error) Menjelaskan beberapa cara pengumpulan data Mampu menjelaskan definisi PSA Sederhana Mampu menentukan sampel dari suatu populasi (baik yang besar maupun yang kecil) dengan PSA Sederhana 	<p>Konsep Dasar Penarikan Sampel</p> <p>Penarikan Sampel Acak Sederhana</p>	<ul style="list-style-type: none"> Klasifikasi teknik penarikan sample Kesalahan dalam survey Cara pengumpulan data Definisi PSA Sederhana Cara mengambil Sampel 	Presentasi dosen dan diskusi	PR keaktifan mhs
4	<ul style="list-style-type: none"> Mampu menduga nilai tengah dan batas kesalahan dengan PSA Sederhana Mampu menduga total dan batas kesalahan dengan PSA Sederhana Mampu menentukan ukuran sampel dengan PSA Sederhana Mampu menduga proporsi dan batas kesalahan dengan PSA Sederhana 	Penarikan Sampel Acak Sederhana	<ul style="list-style-type: none"> Pendugaan nilai tengah Pendugaan total Penentuan ukuran sample Pendugaan proporsi 	Presentasi dosen dan diskusi	PR keaktifan mhs
5	<ul style="list-style-type: none"> Mampu menjelaskan definisi PSA Sederhana Mampu menjelaskan kelebihan PSA Berlapis jika dibandingkan dengan PSA Sederhana Mampu menentukan lapisan Mampu menentukan sampel dari suatu populasi dengan PSA Berlapis Mampu menduga nilai tengah dan batas kesalahan dengan PSA Berlapis Mampu menduga total dan batas kesalahan dengan PSA Berlapis 	Penarikan Sampel Acak Berlapis	<ul style="list-style-type: none"> Definisi PSA Berlapis Perbandingan dengan PSA Sederhana Lapisan pada PSA Berlapis Pengambilan sampel pada PSA Berlapis Pendugaan nilai tengah Pendugaan total 	Presentasi dosen dan diskusi	keaktifan mhs

PERT KE	KOMPETENSI	BAHAN KAJIAN		BENTUK PEMBELA- JARA	KRITERIA PENILAIAN
6	<ul style="list-style-type: none"> Mampu menentukan ukuran sampel dengan PSA Berlapis Mampu menduga proporsi dan batas kesalahan dengan PSA Berlapis Mampu menentukan ukuran sampel untuk pendugaan proporsi 	Penarikan Sampel Acak Berlapis	<ul style="list-style-type: none"> Penentuan ukuran sample Pendugaan proporsi 	Presentasi dosen dan diskusi	keaktifan mhs
7	<ul style="list-style-type: none"> Mampu melakukan pendugaan Rasio Mampu melakukan pendugaan beda Mampu melakukan pendugaan model regresi 	Pendugaan Rasio, Beda dan Regresi	<ul style="list-style-type: none"> Pendugaan Rasio Pendugaan Beda Pendugaan Regresi 	Presentasi dosen dan diskusi	keaktifan mhs
8	UJIAN TENGAH SEMESTER				
9	<ul style="list-style-type: none"> Mampu menjelaskan definisi PSA Gerombol Mampu menjelaskan kelebihan dari PSA Gerombol Mampu menentukan sampel dari suatu populasi dengan PSA Gerombol Mampu menduga nilai tengah dan batas kesalahan dengan PSA Gerombol Mampu menduga total dan batas kesalahan dengan PSA Gerombol Mampu menentukan ukuran sampel dengan PSA Gerombol 	Penarikan Sampel Acak Gerombol	<ul style="list-style-type: none"> Definisi PSA Gerombol Pengambilan sampel pada PSA Gerombol Pendugaan nilai tengah Pendugaan total Penentuan ukuran sample 	Presentasi dosen dan diskusi	PR keaktifan mahasiswa
10	<ul style="list-style-type: none"> Mampu menduga proporsi dan batas kesalahan dengan PSA Gerombol Mampu menjelaskan definisi PSA Gerombol 2 tahap Mampu menentukan sampel dari suatu populasi dengan PSA Gerombol 2 tahap Mampu menduga nilai tengah dan batas kesalahan dengan PSA Gerombol 2 tahap 	Penarikan Sampel Acak Gerombol Penarikan Sampel Acak Gerombol Dua Tahap	<ul style="list-style-type: none"> Pendugaan proporsi Definisi PSA Gerombol 2 tahap Mampu menjelaskan kelebihan dari PSA Gerombol 2 tahap Pengambilan sampel 	Presentasi dosen dan diskusi	PR keaktifan mahasiswa
11	<ul style="list-style-type: none"> Mampu menduga total dan batas kesalahan dengan PSA Gerombol 2 tahap Mampu menentukan ukuran sampel dengan PSA Gerombol 2 tahap Mampu menduga proporsi dan batas kesalahan dengan PSA Gerombol 2 tahap 	Penarikan Sampel Acak Gerombol Dua Tahap	<ul style="list-style-type: none"> Pendugaan nilai tengah Pendugaan total Penentuan ukuran sample Pendugaan proporsi 	Presentasi dosen dan diskusi	PR keaktifan mahasiswa

12	<ul style="list-style-type: none"> Mampu menjelaskan definisi PSA Sistematis Mampu membandingkan PSA Sistematis jika dibandingkan dengan PSA Sederhana pada 3 tipe populasi (acak, terurut dan periodik) Mampu menentukan sampel dari suatu populasi dengan PSA Sistematis Mampu menduga nilai tengah dan batas kesalahan dengan PSA Sistematis Mampu menduga total dan batas kesalahan dengan PSA Sistematis 	Penarikan Sampel Acak Sistematis	<ul style="list-style-type: none"> Definisi PSA Sistematis Perbandingan dengan PSA Sederhana Pengambilan sampel pada PSA Sistematis Pendugaan nilai tengah Pendugaan total 	Presentasi dosen dan diskusi	PR keaktifan mahasiswa
13	<ul style="list-style-type: none"> Mampu menjelaskan 3 tipe populasi pada PSA Sistematis Mampu menentukan ukuran sampel dengan PSA Sistematis Mampu menduga proporsi dan batas kesalahan dengan PSA Sistematis Mampu menentukan ukuran sampel untuk pendugaan proporsi dg PSA Sistematis 	Penarikan Sampel Acak Sistematis	<ul style="list-style-type: none"> 3 tipe populasi Penentuan ukuran sampel Pendugaan proporsi 	Presentasi dosen dan diskusi	PR keaktifan mahasiswa
14	<ul style="list-style-type: none"> Mampu menggunakan berbagai metode pendugaan ukuran populasi Mampu bekerjasama dalam tim dan berdiskusi Mampu menggunakan berbagai metode pendugaan ukuran populasi Mampu bekerjasama dalam tim dan berdiskusi 	Pendugaan Ukuran Populasi	<ul style="list-style-type: none"> Direct Sampling Inverse sampling Quadrat samples Stocked Quadrat 	Diskusi	Laporan keaktifan mahasiswa
15	<ul style="list-style-type: none"> Mampu menjelaskan berbagai teknik penarikan sampel non-probability Mampu bekerjasama dalam tim dan berdiskusi Review Materi Teknik Sampling 	TPS Non Probability	<ul style="list-style-type: none"> Definisi Teknik penarikan sampel non probability TPS Purposive TPS Quota TPS Accidental TPS Snowball TPS Volunteer 	Diskusi	Laporan keaktifan mahasiswa
16	UJIAN AKHIR SEMESTER				

NORMA AKADEMIK

- Kegiatan pembelajaran sesuai jadwal resmi
- Peserta kuliah diharuskan berpakaian rapi, sopan dan mengenakan sepatu.
- Selama proses pembelajaran berlangsung, HP dimatikan/silent
- Pengumpulan tugas ditetapkan sesuai jadwal dan dilakukan sebelum pembelajaran dimulai. Bagi yang terlambat, nilainya akan dikurangkan 10% setiap hari keterlambatan. Tugas yang berbentuk plagiat tidak dinilai.
- UAS dapat dilakukan jika minimal kehadiran 75% dari tatap muka.
- Bagi yang terbukti mencontek/bekerjasama selama ujian langsung dinyatakan tidak lulus

NILAI AKHIR

Nilai akhir (NA) merupakan rata-rata terboboti dari beberapa penilaian berikut :

- | | |
|--------------------------------|--------------|
| 1. Ujian Tengah Semester (UTS) | Bobot : 35 % |
| 2. Ujian Akhir Semester (UAS) | Bobot : 40 % |
| 3. PR | Bobot : 5% |
| 3. Diskusi | Bobot : 10 % |
| 4. Tugas Utama | Bobot : 10 % |

REFERENSI

1. Cochran, WG. Sampling Techniques. John Wiley & Son Inc., New York
2. Mendenhall, W., L. Ott and R. L. Scheaffer. 1971. Elementary Survey Sampling. Wadsworth Publishing Company, California

TUGAS TERSTRUKTUR : SELF-TEST DAN/ATAU PR

1. Jelaskan teknik-teknik pengumpulan data serta sebutkan kelebihan dan kekurangannya!
2. Sebuah contoh acak sederhana dengan $n=40$ mahasiswa telah di wawancarai untuk menentukan proporsi mahasiswa yang menyetujui perubahan system semester menjadi system catur wulan, 25 mahasiswa menyetujuinya. Tentukan proporsi mahasiswa yang menyetujui perubahan tersebut! (Asumsi $N=2000$), tentukan *bound of error*!
3. Sekelompok supermarket tertarik untuk menduga proporsi dari jumlah pembayarannya. Kelompok tersebut terdiri dari 4 supermarket. Agar biaya berkurang, digunakan PCAS, dengan tiap supermarket sebagai sebuah lapisan. Sejak tidak ada info pada proporsi populasi memungkinkan sebelum percontohan, proporsional alokasi digunakan. Dari table di bawah ini, tentukan penduga p , proporsi dan *bound of error*.

	Lap I	Lap II	Lap III	Lap IV
Number of accounts receivable	$N_1 = 65$	$N_2 = 42$	$N_3 = 93$	$N_4 = 25$
Sample size	$n_1 = 14$	$n_2 = 9$	$n_1 = 21$	$n_4 = 6$
Sample number of delinquent accounts	4	2	8	1

4. PSA Berlapis

Suatu kelompok MPC ingin mengadakan survey untuk menduga rata-rata jumlah kiriman per bulan dari 30 mahasiswa Statistika IPB. Survei dibagi dalam 3 lapisan. Mahasiswa lapisan I dengan kiriman 0 – 250.000, mahasiswa lapisan II dengan kiriman 255.000 – 500.000, dan yang terakhir mahasiswa lapisan III dengan kiriman 505.000 – 1.000.000. Dugalah rata-rata jumlah kiriman per bulan dari 30 mahasiswa tersebut dan hitung bound of error!

Lapisan I	Lapisan II	Lapisan III
250.000	400.000	550.000
150.000	400.000	1.000.000
50.000	350.000	600.000
150.000	300.000	700.000
200.000	350.000	800.000
150.000	300.000	650.000
50.000	450.000	750.000
100.000	500.000	
0	400.000	
200.000	450.000	
200.000		
0		
0		

Tentukan unsur, satuan penarikan contoh, kerangka, popuasi dan contoh dengan kasus "Rataan uang kiriman bulanan mahasiswa Jurusan Matematika Fakultas MIPA Unand" ?

5. PSA Gerombol

Seorang peneliti politik mengembangkan suatu uji untuk mengukur derajat kepedulian masyarakat terhadap masalah-masalah yang sedang muncul di tengah masyarakat. Ia ingin menduga rata-rata skor yang akan dia dapatkan pada semua siswa di sebuah SMA. Pihak sekolah tidak memperbolehkan ia untuk melakukan pengambilan contoh acak sederhana terhadap semua siswa, karena dengan cara tersebut, sekolah terpaksa harus menghentikan kegiatan belajar untuk semua kelas di sekolah tersebut. Pihak sekolah hanya mengizinkan peneliti tersebut untuk melakukan tes terhadap beberapa kelas saja. Oleh karena itu, peneliti memilih secara acak 25 dari 108 kelas pada suatu jam tertentu. Tes diberikan terhadap semua siswa pada kelas-kelas tersebut, diperoleh hasil sebagai berikut.

Kelas	Banyaknya siswa	Total skor	Kelas	Banyaknya siswa	Total skor
1	31	1590	14	40	1980
2	29	1510	15	38	1990
3	25	1490	16	28	1420
4	35	1610	17	17	900
5	15	800	18	22	1080
6	31	1720	19	41	2010
7	22	1310	20	32	1740
8	27	1427	21	35	1750
9	25	1290	22	19	890
10	19	860	23	29	1470
11	30	1620	24	18	910
12	18	710	25	31	1740
13	21	1140			

- Dugalah rata-rata skor yang akan diperoleh bagi semua siswa pada sekolah tersebut beserta batas kesalahan pendugaannya.
- Jika ia ingin agar batas kesalahan pendugaan sebesar 2 point, berapa besar contoh yang harus diambilnya. Asumsikan bahwa data di atas adalah data pendahuluan, dan sekolah sekarang hanya memiliki 100 kelas.

6. PSA Gerombol 2 tahap

Seorang ahli tanaman hias ingin menduga rata-rata tinggi bibit tanaman pada sebuah ladang yang dibaginya menjadi 50 plot yang ukurannya tidak terlalu berbeda. Ia percaya bahwa tinggi bibit pada masing-masing plot tidak terlalu berbeda, namun cukup bervariasi dari satu plot ke plot yang lain. Oleh karena itu, ia memutuskan untuk mengambil 10% dari bibit dalam 10 plot dengan menggunakan PCA Gerombol dua tahap. Data yang ia peroleh adalah sebagai berikut.

Plot	Banyak bibit	Banyak bibit yang dijadikan contoh	Tinggi bibit (dalam inchi)
1	52	5	12, 11, 12, 10, 13
2	56	6	10, 9, 7, 9, 8, 10
3	60	6	6, 5, 7, 5, 6, 4
4	46	5	7, 8, 7, 7, 6
5	49	5	10, 11, 13, 12, 12
6	51	5	14, 15, 13, 12, 13
7	50	5	6, 7, 6, 8, 7
8	61	6	9, 10, 8, 9, 9, 10
9	60	6	7, 10, 8, 9, 9, 10
10	45	5	12, 11, 12, 13, 12

- Dugalah rata-rata tinggi tanaman di ladang tersebut beserta batas kesalahan pendugaannya jika (a) diketahuinya bahwa terdapat 2500 bibit tanaman pada ladang (b) ia tidak mengetahui banyaknya bibit tanaman di ladang tersebut.
- Misalkan ahli tersebut ingin mengetahui proporsi dari bibit tanaman yang terserang hama. Dengan PCA Gerombol dua tahap, ia memutuskan untuk mengambil contoh 30% bibit tanaman. Diperolehnya hasil sebagai berikut :

Plot	Banyak bibit	Banyak bibit yang dijadikan contoh	Proporsi bibit yang terkena hama
1	52	16	0,29
2	56	17	0,35
3	60	18	0,30
4	46	14	0,25
5	49	15	0,27
6	51	15	0,18
7	50	15	0,22
8	61	18	0,15
9	60	18	0,23
10	45	14	0,18

Dugalah proporsi bibit yang terserang hama di keseleuruhan ladang tersebut.

TEKNIK SAMPLING

Pendahuluan

Hazmira Yozza - Izzati Rahmi HG



JURUSAN MATEMATIKA
FMIPA UNAND



STATISTIKA

ilmu yang mempelajari prosedur-prosedur yang digunakan dalam pengumpulan, penyajian, analisis dan interpretasi data

1

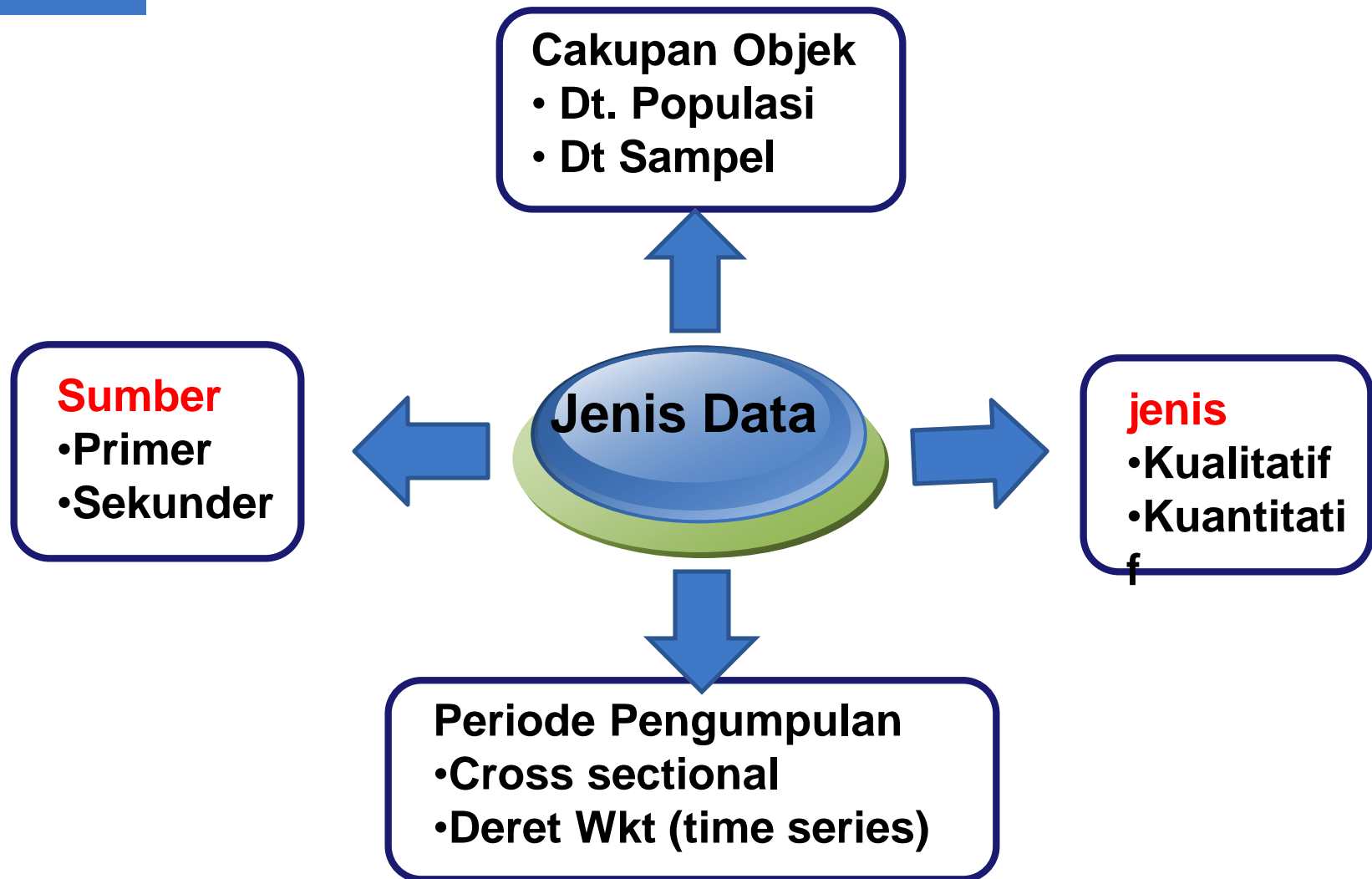
Statistika deskriptif : cab. Statistika yang mempelajari metode-metode yang berkaitan dengan pengumpulan data serta penyajian data tersebut sehingga diperoleh informasi yang bermanfaat.

2

Statistika inferensia : cab. Statistika yang mempelajari semua metode yang berhubungan dengan analisis sebahagian data untuk kemudian melakukan peramalan atau penarikan kesimpulan mengenai keseluruhan data induknya.



Data : Hasil Pengukuran/pengamatan yang dilakukan terhadap suatu objek pengamatan





Skala Pengukuran Data

Nominal

- merupakan lambang kategori (angka tidak ada arti)
- tidak ada penataan antar kategori
- contoh : jenis kelamin

Ordinal

- merupakan lambang kategori (angka tidak ada arti)
- Sudah ada penataan
- Contoh : pendidikan terakhir (SD, SMP, SMA, PT)

Selang

- merupakan hasil pengukuran, jadi angka sdh berarti
- Jarak antar suatu nilai dengan nilai data sdh ada arti
- Tidak punya titik nol mutlak
- Contoh : suhu ($^{\circ}\text{C}$)

Rasio

- merupakan hasil pengukuran, angka sdh berarti
- Jarak antar suatu nilai dengan nilai data sdh ada arti
- Punya titik nol mutlak
- Contoh : berat, lama waktu

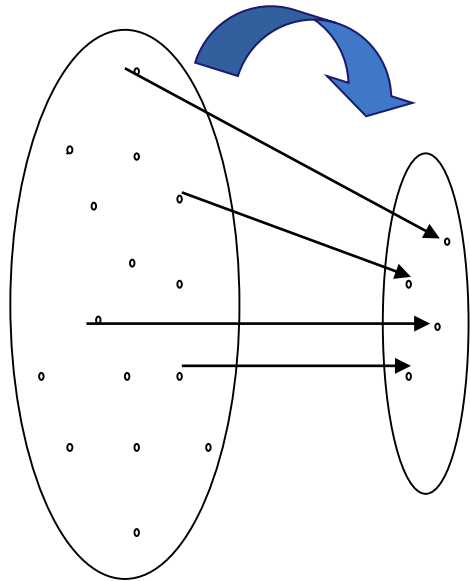


Cara mengumpulkan data

- ❖ Percobaan
- ❖ Pengamatan (observasi)
- ❖ Survei



Sampling



Populasi : Himpunan seluruh data yang jadi perhatian

Parameter : Sebarang ukuran yang menjadi ciri populasi

Sampel (contoh) : Himpunan bagian populasi

Statistik : Sebarang ukuran yang menjadi ciri sampel



Pendugaan

Agar sah, gunakan sampel yang mewakili populasi

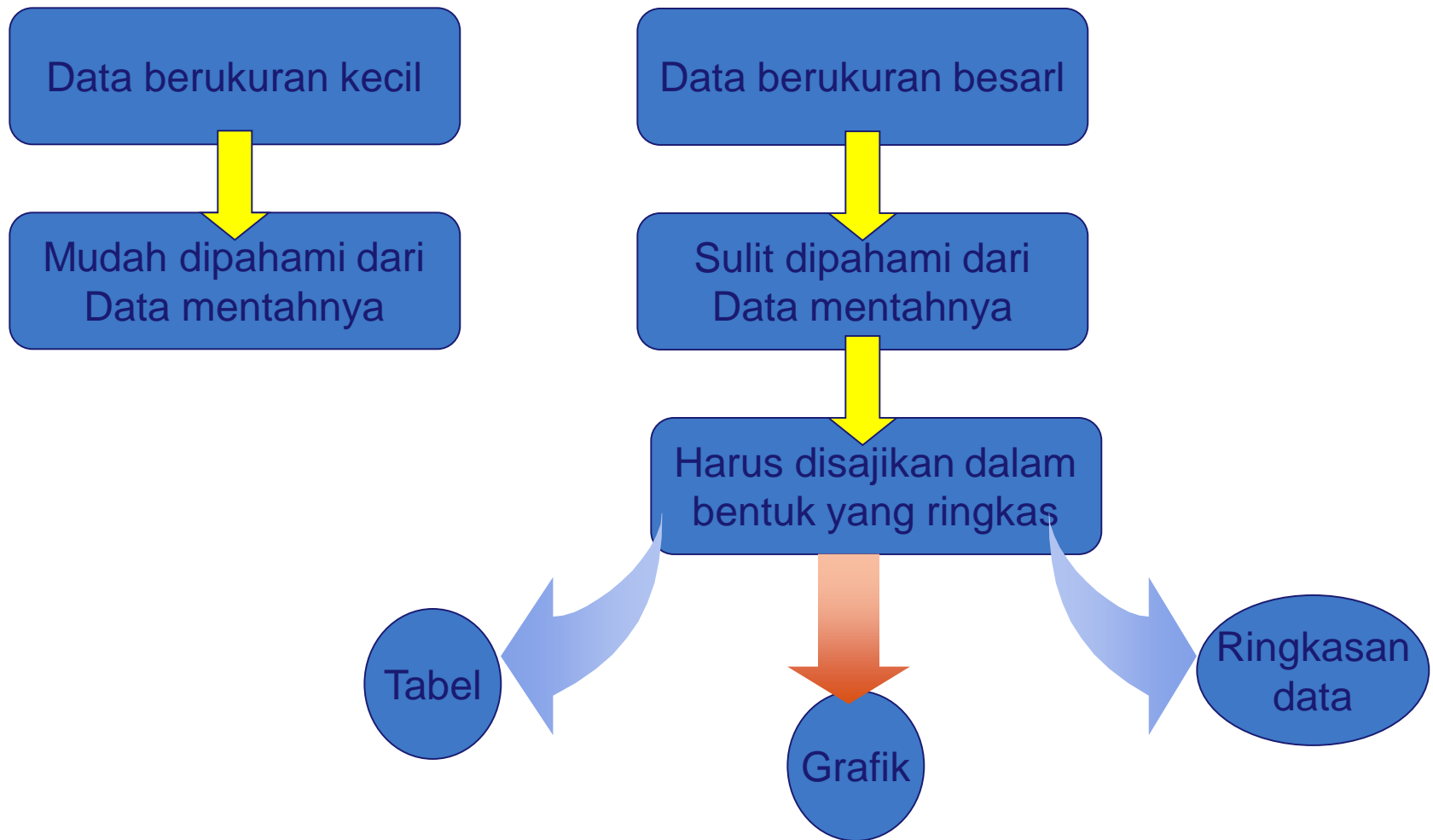
Ilmu Peluang ← Tk Kepercayaan

Gunakan teknik pengambilan sampel yang benar



Kenapa harus dengan contoh??

1. Tidak mungkin mengamati seluruh populasi
2. Sumber daya yang terbatas
3. Menghemat waktu dan biaya
4. Pengamatan yang bersifat merusak





Tabel (Dajan)

Tabel Referensi (Tabel Umum)

- gudang keterangan
- Lengkap dan rinci
- Tidak memberi penekanan khusus pada suatu bagian tabel
- Contoh : Tabel hasil sensus

Tabel Ikhtisar (Tabel Naskah)

- singkat, sederhana & mudah dimengerti
- Seringkali diperoleh dari beberapa tabel referensi
- Contoh : tabel hasil penelitian



Tabel kontingensi

Tempat tinggal	Prestasi akademis			Total
	Biasa	Memuaskan	Dengan Pujian	
Ortu/sdr	5	30	10	45
Kost	6	22	7	35
Asrama	4	11	5	20
Total	15	63	22	

- ❖ Digunakan bila objek terklasifikasi menurut 2 atau lebih variabel (ordinal atau nominal)
- ❖ Tabel kontingensi dua arah : utk 2 var. kategori
- ❖ Tabel Kontingensi silang multi arah : utk > variabel

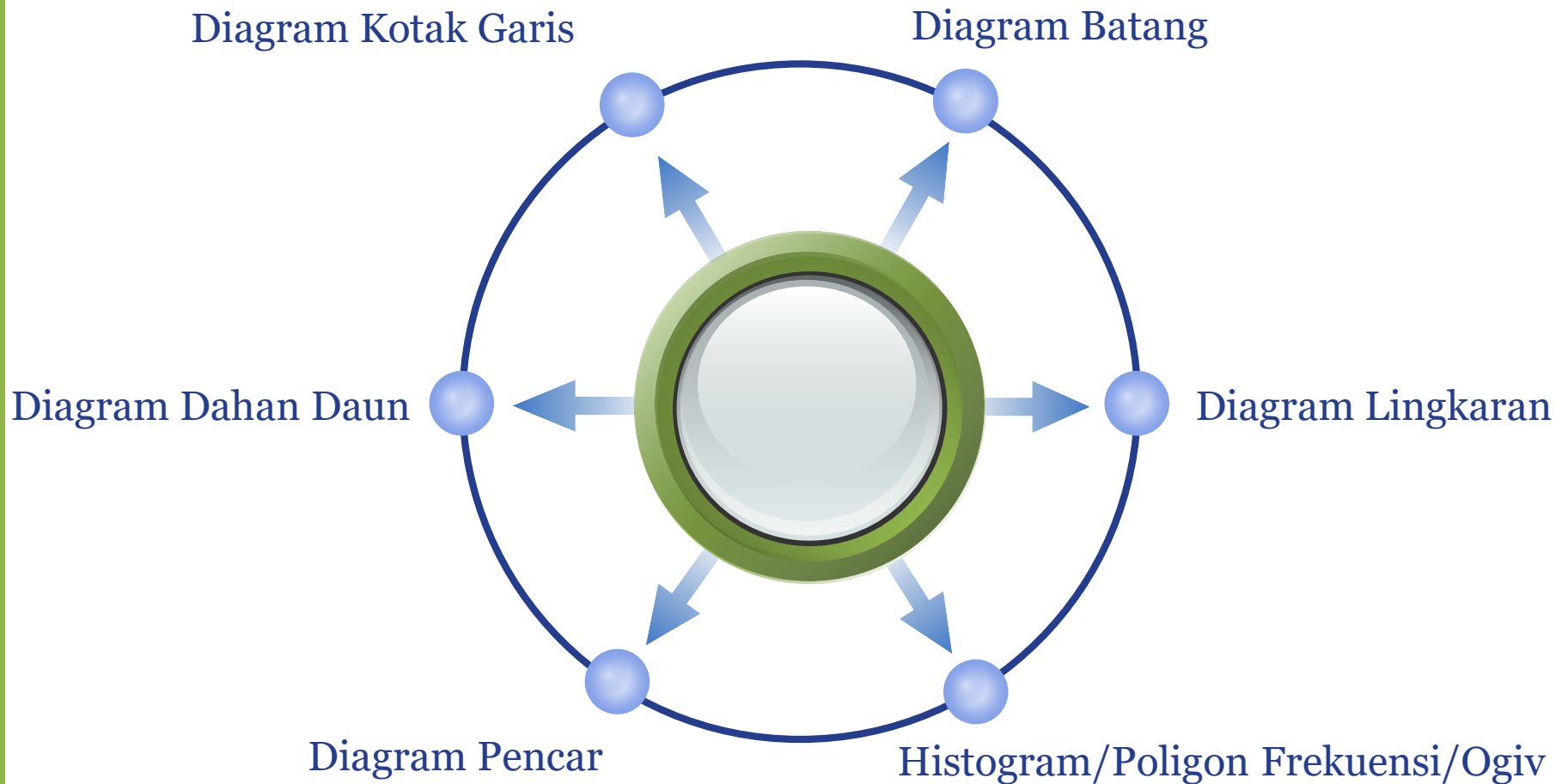


Tabel Sebaran Frekuensi

Selang nilai	Banyak mahasiswa
35.00 - 39.99	5
40.00 - 44.99	6
45.00 - 49.99	3
50.00 - 54.99	5
55.00 - 59.99	5
60.00 - 64.99	5
65.00 - 69.99	8
70.00 - 74.99	10
75.00 - 79.99	11
80.00 - 84.99	6
85.00 - 89.99	8
90.00 - 94.99	7
95.00 - 99.99	1
Total	82



Jenis-jenis Penyajian Grafis



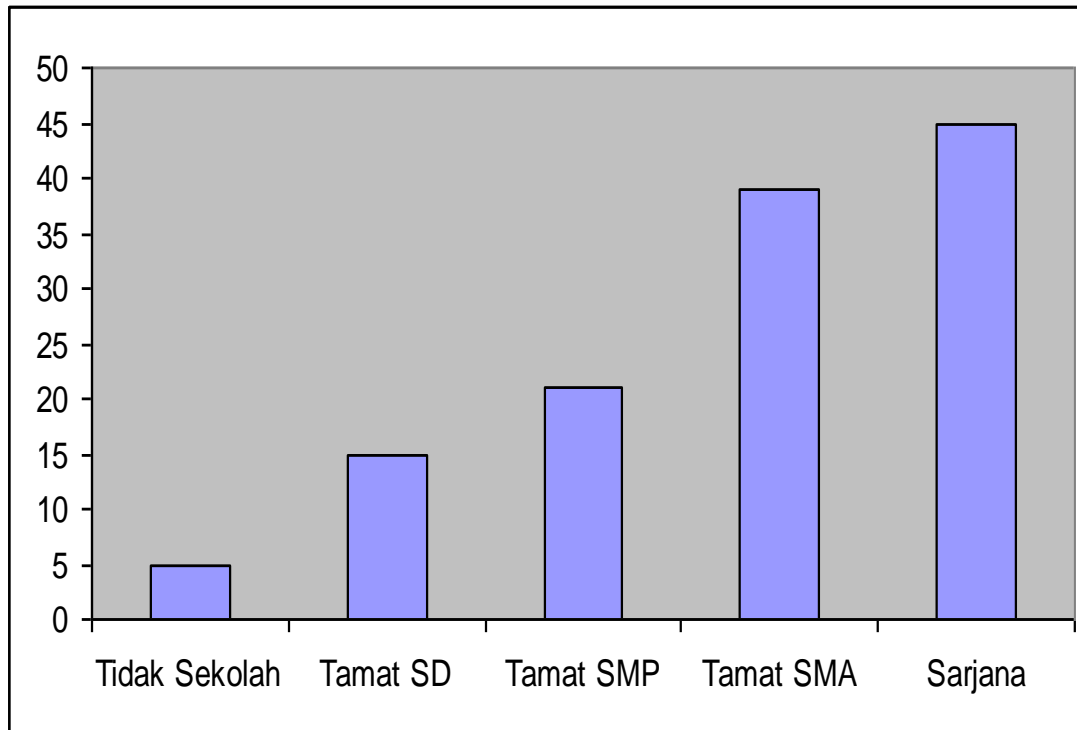
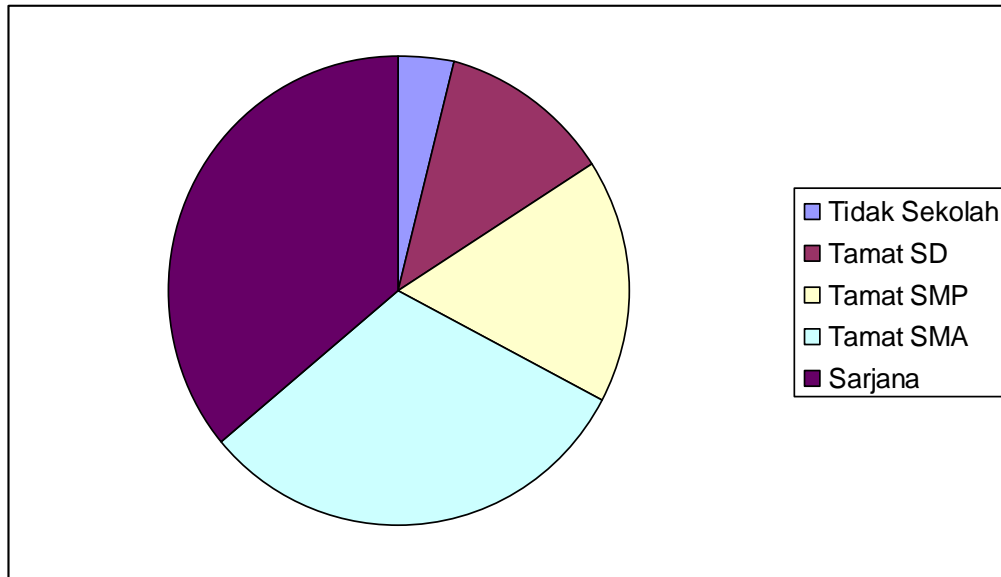


DIAGRAM BATANG

- satu batang mewakili satu kategori
- Batang-batang saling terpisah
- Tinggi batang \approx frekuensi kategori



DIAGRAM LINGKARAN

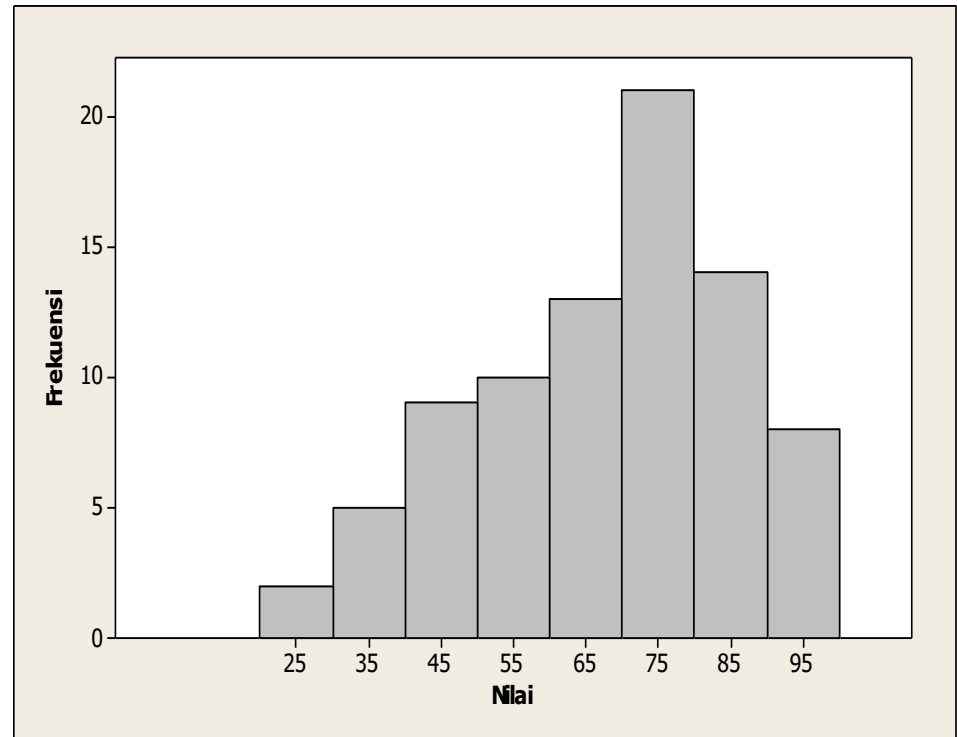


- Lingkaran dibagi menjadi beberapa juring
- satu juring mewakili satu kategori
- Luas juring \approx persentase data pada kategori

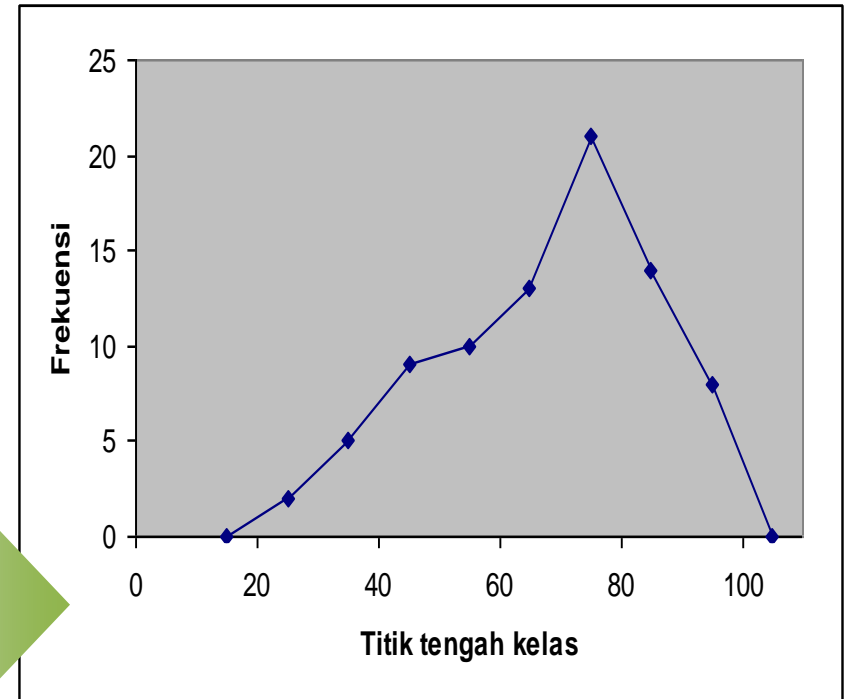
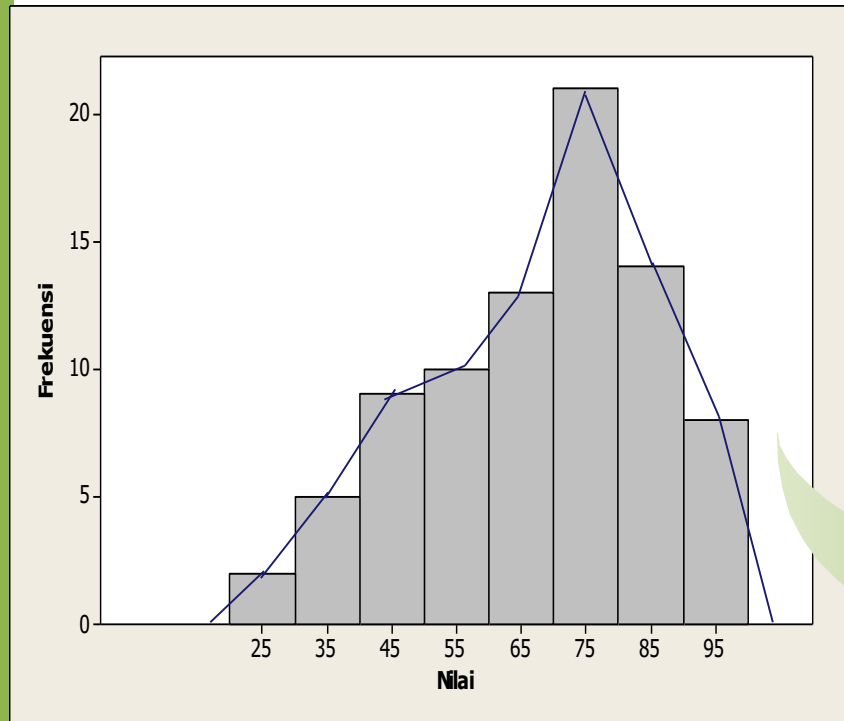


Histogram

Selang nilai	Banyak mahasiswa
20.00 - 29.99	2
30.00 - 39.99	5
40.00 - 44.99	9
50.00 - 54.99	10
60.00 - 64.99	13
70.00 - 74.99	21
80.00 - 84.99	14
90.00 - 94.99	8
Total	82



- batang saling dempet
- tinggi batang ~ frekuensi kelas
- batas batang ~ tepi kelas
- lebar batang ~ lebar kelas



histogram



Tentukan titik
tengah puncak
batang

Tutup dengan menambahkan 2
kelas tambahan di kedua ujung



hubungkan



**POLIGON
FREKUENSI**



DIAGRAM DAHAN DAUN

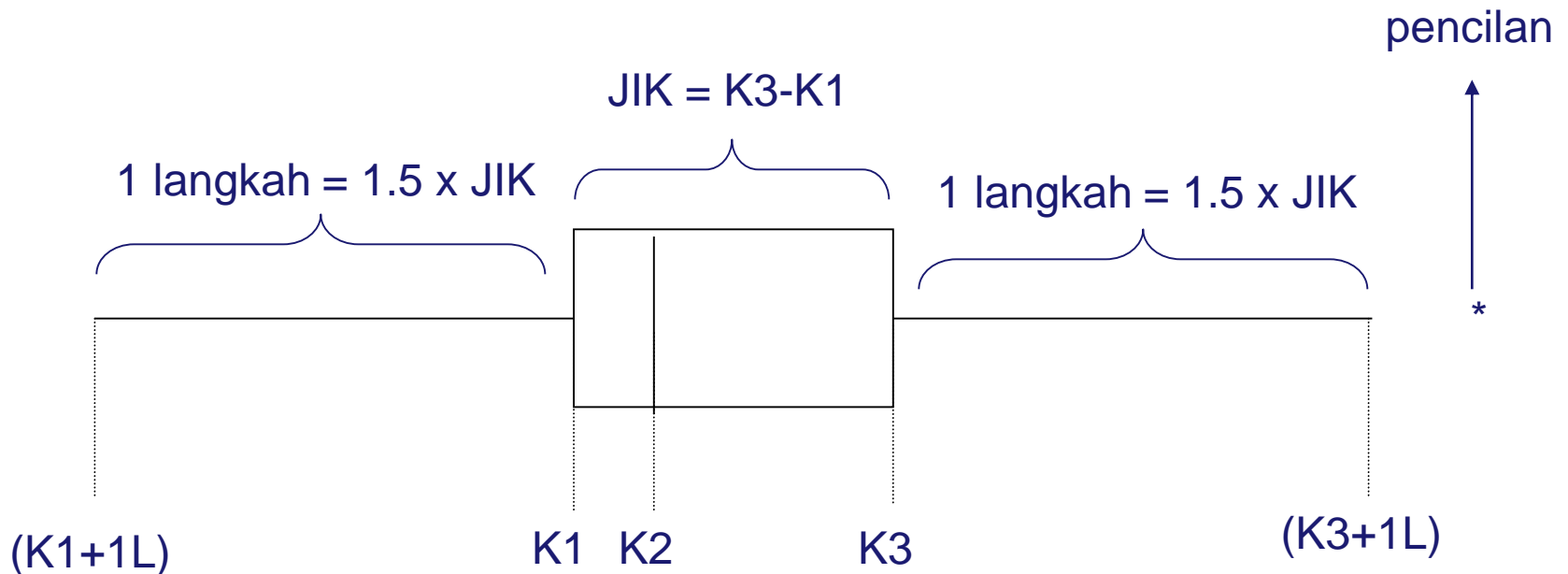
Stem-and-leaf of Y N = 24

Leaf Unit = 1.0

2	3	01
4	3	33
7	3	455
9	3	67
(4)	3	8889
11	4	0001
7	4	23
5	4	45
3	4	6
2	4	8
1	5	
1	5	2



Diagram Kotak Garis



Catatan :

Bila data max $> K3+1L \rightarrow$ garis sp $K3+1L \rightarrow$ yang diluar $K3+1L$ mrp pencilan

Bila data max $< K3+1L \rightarrow$ garis sp data max

demikian juga untuk data minimum



Peringkasan data : Ukuran Pemusatan

❖ Rata-rata

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

❖ Median dari data yang telah diurutkan adalah pengamatan yang tepat di tengah-tengah bila banyaknya pengamatan ganjil atau Rata-rata kedua pengamatan yang ditengahnya bila banyaknya pengamatan genap

$$\tilde{x} = \begin{cases} x_{\left[\frac{n+1}{2}\right]} & \text{n ganjil} \\ \frac{x_{\left[\frac{n}{2}\right]} + x_{\left[\frac{n}{2}+1\right]}}{2} & \text{n genap} \end{cases}$$

❖ Modus : Nilai data yang paling sering muncul



Ukuran Pemusatan

❖ Tengah wilayah

$$Mr = (X_{\max} + X_{\min}) / 2$$

❖ Rata-rata harmonik

$$H = \frac{k}{\sum_{i=1}^k \frac{1}{x_i}}$$

❖ Rata-rata geometrik

$$G = \sqrt[k]{x_1 x_2 \dots x_k}$$

Peringkasan Data : Ukuran keragaman

Range/Wilayah/Jangkauan

Simpangan Tengah

Ragam/Simp.baku

Jangkauan
Interkuartil

Koefisien Keragaman

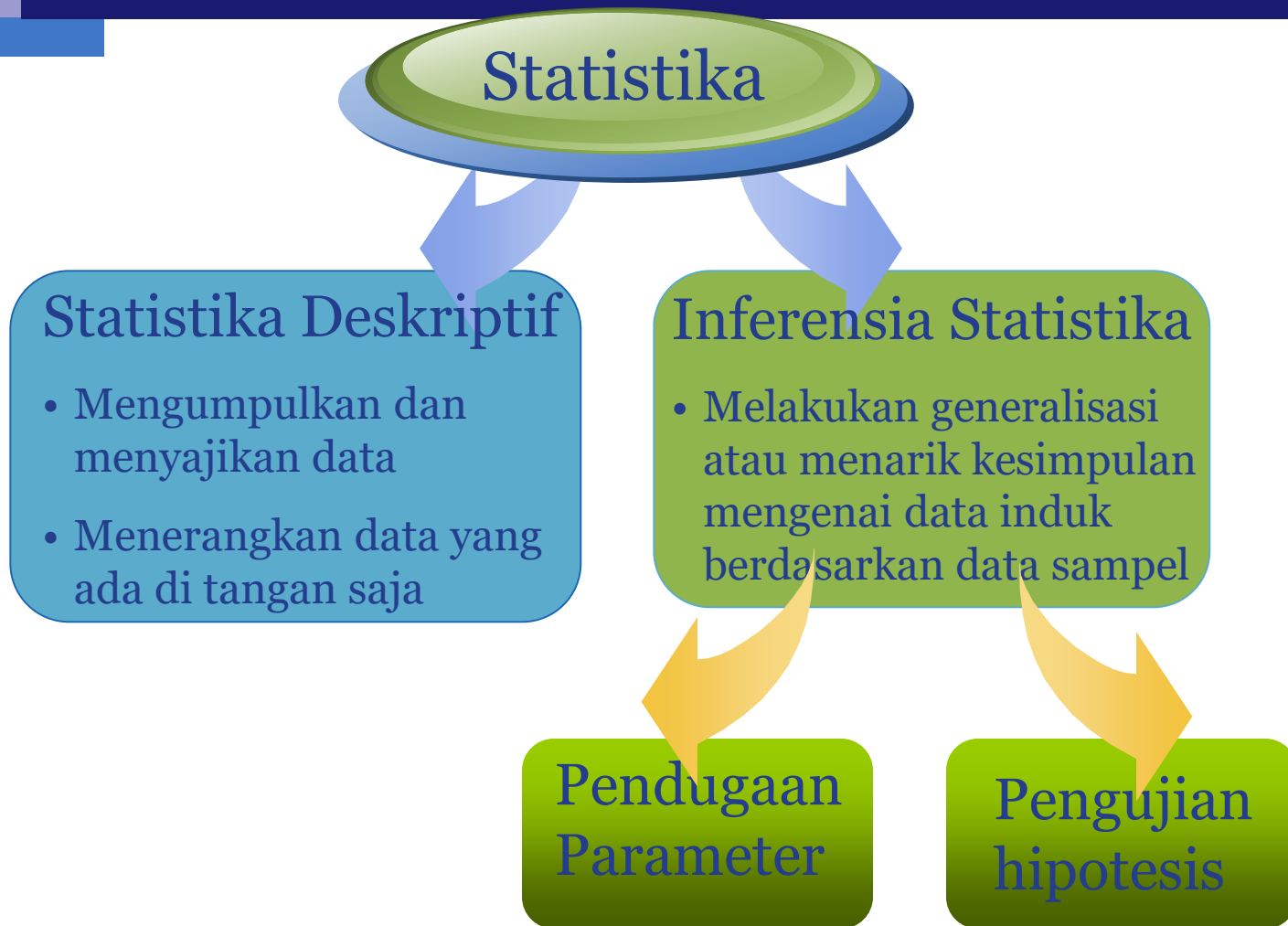
$$\text{Wilayah} = X_{\max} - X_{\min}$$

$$MAD = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|}{n}$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}$$

$$\text{JIK} = K3 - K1$$

$$KK = \frac{s}{\bar{x}} \times 100$$





Met. Pendugaan Parameter

Pendugaan Klasik

yang mendasarkan kesimpulannya semata-mata pada informasi yang diperoleh dari sampel acak yang ditarik dari populasi tersebut

Pendugaan Bayes

yang menggabungkan pengetahuan subjektif ttg sebaran peluang parameter yang tidak diketahui dengan informasi yang didapatkan dari data sampel



Misal Θ adalah parameter populasi yang nilainya akan diduga.

Penduga : Statistik yang digunakan untuk memperoleh nilai dugaan bagi parameter Θ

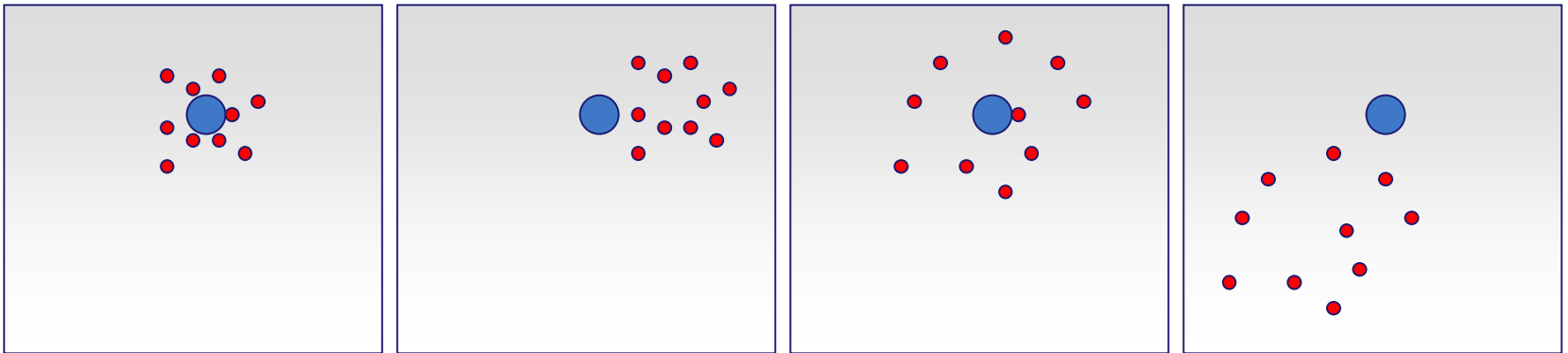
- dinotasikan dengan $\hat{\Theta}$
- merupakan fungsi dari sampel acak

Nilai dugaan bagi parameter populasi : Nilai bagi suatu penduga

- merupakan “realisasi” dari fungsi keputusan atau penduga
- dinotasikan dengan $\hat{\theta}$
- dihitung dengan menggunakan data sampel. Sampel yang berbeda akan menghasilkan nilai dugaan yang berbeda pula.



Sifat-sifat Penduga Terbaik



1

TAK BIAS

$\hat{\theta}$ dikatakan penduga tak bias bagi parameter θ bila $E(\hat{\theta}) = \theta$

2

MEMILIKI RAGAM MINIMUM

diantara semua penduga tak bias

Jenis-jenis penduga

PENDUGA TITIK

- Hanya memberikan 1 nilai dugaan saja
- Ketepatannya dapat ditingkatkan dengan menambah ukuran sampel

\bar{x} menduga μ
 s^2 menduga σ^2

PENDUGA SELANG

- Dugaan berbentuk selang
- Diharapkan parameter berada dalam selang tersebut
- Selang dinamakan selang dugaan



Selang kepercayaan

Dugaan selang bagi parameter populasi θ :
suatu selang yang berbentuk $\hat{\theta}_1 < \theta < \hat{\theta}_2$

❖ $\hat{\theta}_1$ dan $\hat{\theta}_2$ tergantung pada nilai statistik $\hat{\Theta}$ untuk suatu sampel tertentu dan sebaran penarikan sampel dari $\hat{\Theta}$.

$$P(\hat{\theta}_1 < \theta < \hat{\theta}_2) = (1 - \alpha)100\%$$

Artinya : kita mempunyai peluang $1 - \alpha$ untuk memperoleh suatu sampel acak yang akan menghasilkan suatu selang yang mengandung θ



Selang kepercayaan

$$P(\hat{\theta}_1 < \theta < \hat{\theta}_2) = (1 - \alpha)100\%$$

Selang kepercayaan $(1-\alpha)100\%$ bagi θ

Derajat kepercayaan

Batas bawah
kepercayaan

Batas atas
kepercayaan



Selang kepercayaan

Selang Kepercayaan $(1-\alpha)100\%$ bagi θ adalah $\hat{\theta}_1 < \theta < \hat{\theta}_2$

Interpretasi :

Kita $(1-\alpha)100\%$ percaya bahwa parameter yang sesungguhnya θ akan berada dalam selang $\hat{\theta}_1 < \theta < \hat{\theta}_2$

Selang dugaan yang baik :

- ❖ Memiliki derajat kepercayaan yang tinggi
- ❖ Selang sempit



Perbesar Ukuran sampel



Kondisi	Selang kepercayaan $(1-\alpha)100\%$ bagi μ ;
Ragam Populasi diketahui	$\bar{x} - z_{\alpha/2} \sigma_X / \sqrt{n} < \mu_X < \bar{x} + z_{\alpha/2} \sigma_X / \sqrt{n}$
Ragam populasi tidak diketahui	$\bar{x} - t_{\alpha/2} s / \sqrt{n} < \mu_X < \bar{x} + t_{\alpha/2} s / \sqrt{n}$



Kondisi	Selang kepercayaan $(1-\alpha)100\%$ bagi $\mu_D = (\mu_1 - \mu_2)$
Contoh bebas, ragam populasi diketahui	$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$
Contoh bebas, ragam populasi tidak diketahui,	$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - t_{\alpha/2} \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + t_{\alpha/2} \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}$
Contoh bebas, ragam kedua populasi sama (tidak diketahui nilainya)	$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - t_{\alpha/2} s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + t_{\alpha/2} s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$ $s_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$
Data berpasangan	$\bar{d} - t_{\alpha/2} \frac{s_d}{\sqrt{n}} < \mu_D < \bar{d} + t_{\alpha/2} \frac{s_d}{\sqrt{n}}$



Contoh :

Ingin diketahui nilai tengah waktu yang diperlukan oleh anak usia 8-10 tahun untuk menyusun puzzle 100 keping. Untuk itu, diambil sampel acak, diperoleh hasil sebagai berikut.

22.8, 29.3, 27.2, 30.2, 24.0, 23.2, 22.9, 30.3, 27.1, 31.2,
27.0, 32.0, 28.6, 24.1, 28.9, 26.8, 26.6, 23.4, 25.1, 26.6,
25.7, 28.1, 31.5, 24.8, 25.2

Dugalah selang kepercayaan 95% bagi nilai tengah waktu menyusun puzzle.



Contoh :

Suatu penelitian dilakukan untuk membandingkan pengaruh dua jenis obat tidur yang biasa diberikan kepada penderita insomnia (penyakit sulit tidur). Seratus lima puluh pasien yang memiliki karakteristik yang serupa dibagi menjadi dua kelompok pasien, masing-masing terdiri berukuran 50 dan 100 orang. Kelompok pasien yang pertama diberikan obat jenis baru, sementara kelompok pasien yang kedua diberikan obat biasa diberikan kepada penderita insomnia. Lamanya pasien tidur setelah diberikan obat tersebut dicatat. Untuk pasien pada kelompok pertama, didapatkan mean lamanya waktu tidur adalah 7.82 jam dan simpangan baku 0.24 jam. Dari pasien pada kelompok kedua didapatkan mean lamanya waktu tidur adalah 6.75 dan simpangan baku 0.30 jam. Tentukan selang kepercayaan 95% bagi selisih mean lamanya waktu tidur pasien yang diberikan obat baru dan obat lama.



Pengujian hipotesis

metode perumusan sejumlah kaidah yang akan membawa kita kepada suatu kesimpulan untuk menerima atau menolak suatu pernyataan tertentu.

Hipotesis

Pernyataan awal yang akan diuji dalam suatu pengujian hipotesis

Pernyataan atau dugaan mengenai parameter satu atau lebih populasi. Biasanya hipotesis ini dinyatakan dalam parameter populasi, seperti nilai tengah, proporsi, ragam, korelasi, dll.



Hipotesis

Harus dinyatakan dalam parameter populasi

Hipotesis Awal (H_0)

- hipotesis yang dirumuskan dengan harapan akan ditolak
- Sebarang hipotesis yang akan diuji.
- harus menyatakan dengan pasti sebuah nilai bagi parameter yang akan diuji

- $H_0 : \theta = \theta_0$

Hipotesis Alternatif (H_1/H_a)

- merupakan tandingan dari H_0
- Dapat dinyatakan dalam beberapa nilai
- Bentuk

$$\left. \begin{array}{l} H_1 : \theta < \theta_0 \\ H_1 : \theta > \theta_0 \end{array} \right\} \text{ Uji 1 arah}$$

$$H_1 : \theta \neq \theta_0 \rightarrow \text{Uji 2 arah}$$



Galat Pengujian

Kesalahan Jenis I (Galat Jenis I)

- kesalahan akibat menolak H_0 yang benar
- $P(\text{tolak } H_0 | H_0 \text{ benar}) = \alpha$

Kesalahan Jenis II (Galat Jenis II)

- kesalahan akibat tidak menolak H_0 yang salah
- $P(\text{tidak tolak } H_0 | H_0 \text{ salah}) = \beta$



Kesimpulan	Kondisi sesungguhnya	
	H_0 benar	H_0 salah
Tolak H_0	Galat jenis I	kesimpulan benar
Terima H_0	kesimpulan benar	Galat jenis II



LANGKAH-LANGKAH PENGUJIAN HIPOTESIS

1

- Rumuskan hipotesis

2

- Tetapkan taraf nyata pengujian(α) ($0.01 < \alpha < 0.1$)

3

- Pilih statistik uji yang sesuai

4

- Tentukan titik kritis dan wil penolakan/penerimaan H_0

5

- Hitung nilai stat.uji (berdasarkan data contoh)

6

- Kesimpulan + interpretasi



Uji hipotesis Nilai Tengah Populasi

Ragam populasi diketahui

H1	Titik kritis	Wilayah kritis	Wilayah penerimaan
$H_1 : \mu < \mu_0$	$-z_\alpha$	$Z < -z_\alpha$	$Z \geq -z_\alpha$
$H_1 : \mu > \mu_0$	z_α	$Z > z_\alpha$	$Z \leq z_\alpha$
$H_1 : \mu \neq \mu_0$	$-z_{\alpha/2}$ dan $z_{\alpha/2}$	$Z < -z_{\alpha/2}$ atau $Z > z_{\alpha/2}$ atau $ Z > z_{\alpha/2}$	$-z_{\alpha/2} \leq Z \leq z_{\alpha/2}$ atau $ Z \leq z_{\alpha/2}$

Ragam populasi tidak diketahui

H1	Titik kritis	Wilayah kritis	Wilayah penerimaan
$H_1 : \mu < \mu_0$	$-t_\alpha$	$T < -t_\alpha$	$T \geq -t_\alpha$
$H_1 : \mu > \mu_0$	t_α	$T > t_\alpha$	$T \leq t_\alpha$
$H_1 : \mu \neq \mu_0$	$-t_{\alpha/2}$ dan $t_{\alpha/2}$ atau cukup $t_{\alpha/2}$	$T < -t_{\alpha/2}$ atau $T > t_{\alpha/2}$ atau $ T > t_{\alpha/2}$	$-t_{\alpha/2} \leq T \leq t_{\alpha/2}$ atau $ T \leq t_{\alpha/2}$



Uji hipotesis Beda Nilai Tengah 2 Populasi

Hipotesis nol

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 + \mu_0$$

atau

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = \mu_0$$

atau

$$H_0 : \mu_D = \mu_0$$

Hipotesis alternatif

$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq \mu_0$$

$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 < \mu_0$$

$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 > \mu_0$$

Contoh : Uji kesamaan nilai tengah

Hipotesis nol

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

atau

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$$

atau

$$H_0 : \mu_D = 0$$

Hipotesis alternatif

$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 < 0$$

$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 > 0$$



Uji hipotesis Beda Nilai Tengah 2 Populasi

tidak dikenal

Kondisi	Statistik Uji	H1	Titik kritis	Wil. kritis	Wil. Penerimaan	Keputusan Tolak H0 bila
σ_1^2 dan σ_2^2 diketahui atau contoh besar	$Z = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - \mu_0}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$	$H_1 : \mu_1 - \mu_2 < \mu_0$	$-z_\alpha$	$Z < -z_\alpha$	$Z \geq -z_\alpha$	$z_{\text{hit}} < -z_\alpha$
		$H_1 : \mu_1 - \mu_2 > \mu_0$	z_α	$Z > z_\alpha$	$Z \leq z_\alpha$	$z_{\text{hit}} > z_\alpha$
		$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq \mu_0$	$-z_{\alpha/2}$ dan $z_{\alpha/2}$	$Z < -z_{\alpha/2}$ Atau $Z > z_{\alpha/2}$	$-z_\alpha \leq Z \leq z_\alpha$	$z_{\text{hit}} < -z_{\alpha/2}$ atau $z_{\text{hit}} > z_{\alpha/2}$
Diketahui bahwa $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ tapi nilainya tidak diket. dan contoh kecil	$T = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - \mu_0}{s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$ $s_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$ $db = n_1 + n_2 - 2$	$H_1 : \mu_1 - \mu_2 < \mu_0$	$-t_\alpha$	$T < -t_\alpha$	$T \geq -t_\alpha$	Bila $t_{\text{hit}} < -t_\alpha$
		$H_1 : \mu_1 - \mu_2 > \mu_0$	t_α	$T > t_\alpha$	$T \leq t_\alpha$	Bila $t_{\text{hit}} > t_\alpha$
		$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq \mu_0$	$-t_{\alpha/2}$ dan $t_{\alpha/2}$	$T < -t_{\alpha/2}$ atau $T > t_{\alpha/2}$	$-t_{\alpha/2} \leq T \leq t_{\alpha/2}$	$t_{\text{hit}} < -t_{\alpha/2}$ atau $t_{\text{hit}} > t_{\alpha/2}$



Uji hipotesis Beda Nilai Tengah 2 Populasi

dan

Kondisi	Statistik Uji	H1	Titik kritis	Wil. kritis	Wilayah penerimaan	Keputusan Tolak H0 bila
σ_1^2 dan σ_2^2 tidak diketahui contoh kecil	$T = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - \mu_0}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$	$H_1 : \mu_1 - \mu_2 < \mu_0$	$-t_\alpha$	$T < -t_\alpha$	$T \geq -t_\alpha$	$t_{\text{hit}} < -t_\alpha$
		$H_1 : \mu_1 - \mu_2 > \mu_0$	t_α	$T > t_\alpha$	$T \leq t_\alpha$	$t_{\text{hit}} > t_\alpha$
	$db = \frac{(s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2)^2}{\frac{(s_1^2/n_1)^2}{n_1 - 1} + \frac{(s_2^2/n_2)^2}{n_2 - 1}}$	$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq \mu_0$	$-t_{\alpha/2}$ dan $t_{\alpha/2}$	$T < -t_{\alpha/2}$ atau $T > t_{\alpha/2}$	$-t_{\alpha/2} \leq T \leq t_{\alpha/2}$	$t_{\text{hit}} < -t_{\alpha/2}$ atau $t_{\text{hit}} > t_{\alpha/2}$
Data berpasangan	$T = \frac{\bar{d} - d_0}{s_d / \sqrt{n}}$ $db = n - 1$	$H_1 : \mu_1 - \mu_2 < d_0$	$-t_\alpha$	$T < -t_\alpha$	$T \geq -t_\alpha$	$t_{\text{hit}} < -t_\alpha$
		$H_1 : \mu_1 - \mu_2 > d_0$	t_α	$T > t_\alpha$	$T \leq t_\alpha$	$t_{\text{hit}} > t_\alpha$
		$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq d_0$	$-t_{\alpha/2}$ dan $t_{\alpha/2}$	$T < -t_{\alpha/2}$ Atau $T > t_{\alpha/2}$	$-t_{\alpha/2} \leq T \leq t_{\alpha/2}$	$t_{\text{hit}} < -t_{\alpha/2}$ atau $t_{\text{hit}} > t_{\alpha/2}$



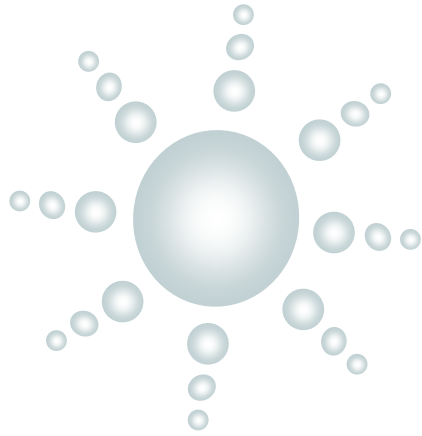
Contoh

Sebuah perusahaan menyatakan bahwa kekuatan rentangan tali A melebihi kekuatan rentangan tali B sebesar sekurang-kurangnya 12 kg. Untuk menguji pernyataan ini, 50 tali dari masing-masing jenis diuji di bawah kondisi yang sama. Hasil uji memperlihatkan tali A mempunyai kekuatan rentangan rata-rata 86.7 kg dengan simpangan baku 6.28, sedangkan tali B mempunyai kekuatan rentangan rata-rata 77.8 kg dengan simpangan baku 5.61 kg. Ujilah pernyataan perusahaan tersebut dengan menggunakan taraf uji 0.05.



TEKNIK SAMPLING
KONSEP DASAR SAMPLING

HAZMIRA YOZZA – IZZATI RAHMI HG
JURUSAN MATEMATIKA FMIPA UNAND



TEKNIK SAMPLING

Metode pengambilan sebagian anggota populasi sedemikian rupa sehingga contoh yang terambil dapat mewakili keseluruhan anggota populasi

Beberapa Istilah dalam Sampling



- ❖ **Elemen** : objek darimana pengukuran tersebut diambil
- ❖ **populasi**: himpunan semua elemen dimana kesimpulan yang ingin kita dapatkan adalah kesimpulan mengenai pengukuran pada himpunan ini
- ❖ **Unit penarikan sampel (sampling unit)**:
himpunan elemen (yang tidak saling timpang tindih) dalam populasi dan meliputi seluruh populasi
- ❖ **Kerangka penarikan sampel (sampling frame)**:
daftar dari unit penarikan sampel
- ❖ **Sampel**:
himpunan dari sebagian unit penarikan contoh yang diambil dari populasi

Beberapa Istilah dalam Sampling



Suatu peneliti ingin mengetahui proporsi rumah tangga di kota padang yang menggunakan detergen Rinso.

- ❖ **Elemen** : setiap ibu rumah tangga yang ada di kota padang
- ❖ **populasi**: preferensi dari semua ibu rumah tangga yang ada di kota Pdang
- ❖ **Unit penarikan sampel**: rumah tangga yang ada di kota padang
- ❖ **Kerangka penarikan sampel** : daftar rumah tangga yang ada di Kota Padang
- ❖ **Sampel**: sebagian ibu rumah tangga yang dipilih/diambil dari daftar rumah tangga yang ada di Kota Padang

SENSUS VS SURVEI



	SENSUS	SURVEI
Teknik	Melibatkan seluruh angg populasi	Melibatkan hanya sebahagian anggota populasi
Nilai parameter yg sesungguhnya	Dapat diketahui	Tidak dapat diketahui, hanya diduga
Waktu	Lama	Relatif lebih singkat
Jangka wkt antar pelaksanaa	Lama (bisa 1 x 10 tahun)	Tidak lama (bisa 1 x 1 tahun atau 2 tahun)
Biaya	Besar	Relatif lebih sedikit
Contoh	Sensus Penduduk Pemilu	<ul style="list-style-type: none">•Survei Sos.Ekon Nas (Susenas)•Survei Pertanian•Polling-polling Pemilu termasuk Quick Count/exit Poll



Tujuan Survei :

Mendapatkan informasi yang sebanyak-banyaknya dengan biaya yang sekecil-kecilnya

Pada perancangan survei, ditentukan :

1. Ukuran sampel,
2. Metode Penarikan Sampel

Penentuan Ukuran Sampel



- biasanya dilakukan dengan menetapkan **batas** kesalahan pendugaan atau kesalahan terbesar yang masih dapat ditolerir (B)
- Misal θ adalah parameter yang akan diduga dan $\hat{\theta}$ adalah penduga parameter θ . Kesalahan pendugaan (error of estimation) adalah

$$KP = |\theta - \hat{\theta}|$$

- Jadi, diharapkan agar $|\theta - \hat{\theta}| \leq B$ terjadi dengan peluang yang cukup besar atau biasa dinyatakan :

$$P(|\theta - \hat{\theta}| \leq B) = 1 - \alpha$$

- Untuk pendugaan nilai tengah/proporsi/total dan $1 - \alpha = 95\%$, biasa dipilih $B = 2\sigma_{\hat{\theta}}$ (**APA DASARNYA?**)

SEBARAN PENARIKAN SAMPEL



Sebaran PS : sebaran peluang dari suatu penduga

Mis dari Populasi : 2,4,6,8,12, diambil sampel berukuran 2

Contoh ke	anggota	Rerata	P_i	s_i^2
1	2,4	3	1/10	2
2	2,6	4	1/10	8
3	2,8	5	1/10	18
4	2,12	7	1/10	50
5	4,6	5	1/10	2
6	4,8	6	1/10	8
7	4,12	8	1/10	32
8	6,8	7	1/10	2
9	6,12	9	1/10	18
10	8,12	10	1/10	8
Rata-rata		6.4		14,8

Kaidah/Dalil Terkait sebaran Data

DALIL CHEBYSCEV

Sekurang-kurangnya $1 - 1/k^2$ bagian data terletak dalam k simpangan baku dari nilai tengahnya.

KAIDAH EMPIRIK:

Untuk data yang menyebar mengikuti genta:

$\pm 68\%$ hasil pengamatan akan berada dalam selang $\mu \pm 1\sigma$

$\pm 95\%$ hasil pengamatan akan berada dalam selang $\mu \pm 2\sigma$

$\pm 99\%$ hasil pengamatan akan berada dalam selang $\mu \pm 3\sigma$

DALIL LIMIT PUSAT

Bila sampel acak berukuran n ditarik dari suatu populasi yang besar atau takhingga dengan nilai tengah μ dan ragam σ^2 , maka nilai tengah sampel akan menghampiri sebaran normal dengan nilai tengah μ dan ragam σ^2/n , shg

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma_{\bar{x}}} \sim N(0,1)$$



DLP

Bila sampel acak berukuran n ditarik dari suatu populasi yang besar atau takhingga dengan nilai tengah μ dan ragam σ^2 , maka nilai tengah sampel akan menghampiri sebaran normal dengan nilai tengah μ dan ragam σ^2/n , shg

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma_{\bar{x}}} \sim N(0,1)$$

Dalil ini dapat diperlakukan untuk :

- ❖ proporsi, karena pada dasarnya adalah rata-rata untuk data biner (0 dan 1)
- ❖ Total

Sehingga secara umum, jika sampel berukuran cukup besar, maka untuk ketiga parameter tersebut,

$$Z = \frac{\hat{\theta} - \theta}{\sigma_{\hat{\theta}}} \sim N(0,1)$$

Bila $Z \sim N(0,1)$, maka

$$P(-z_{\alpha/2} \leq Z \leq z_{\alpha/2}) = 1 - \alpha$$

$$P(|Z| \leq z_{\alpha/2}) = 1 - \alpha$$

Bila $Z = \frac{\hat{\theta} - \theta}{\sigma_{\hat{\theta}}}$ maka $P\left(\left|\frac{\hat{\theta} - \theta}{\sigma_{\hat{\theta}}}\right| \leq z_{\alpha/2}\right) = 1 - \alpha$

atau $P(|\hat{\theta} - \theta| \leq z_{\alpha/2} \sigma_{\hat{\theta}}) = 1 - \alpha$

Bila diambil $\alpha=5\%$, maka $P(|\hat{\theta} - \theta| \leq 1,96 \sigma_{\hat{\theta}}) = 95\%$

Perhatikan bhw $1.96 \approx 2$, shg $P(|\hat{\theta} - \theta| \leq 2\sigma_{\hat{\theta}}) \approx 95\%$

Ragam penduga tergantung N



B

(HUB DG N?)

Pengaruh Ukuran Contoh



Ukuran Contoh	Dugaan Nilai tengah		Dugaan ragam	
	Nilai min	Nilai Max	Nilai min	Nilai Max
2	3	10	2	50
3	4	8.67	4	28.1
4	5	7	6.67	19.4

Metode Penarikan Sampel pada Survei

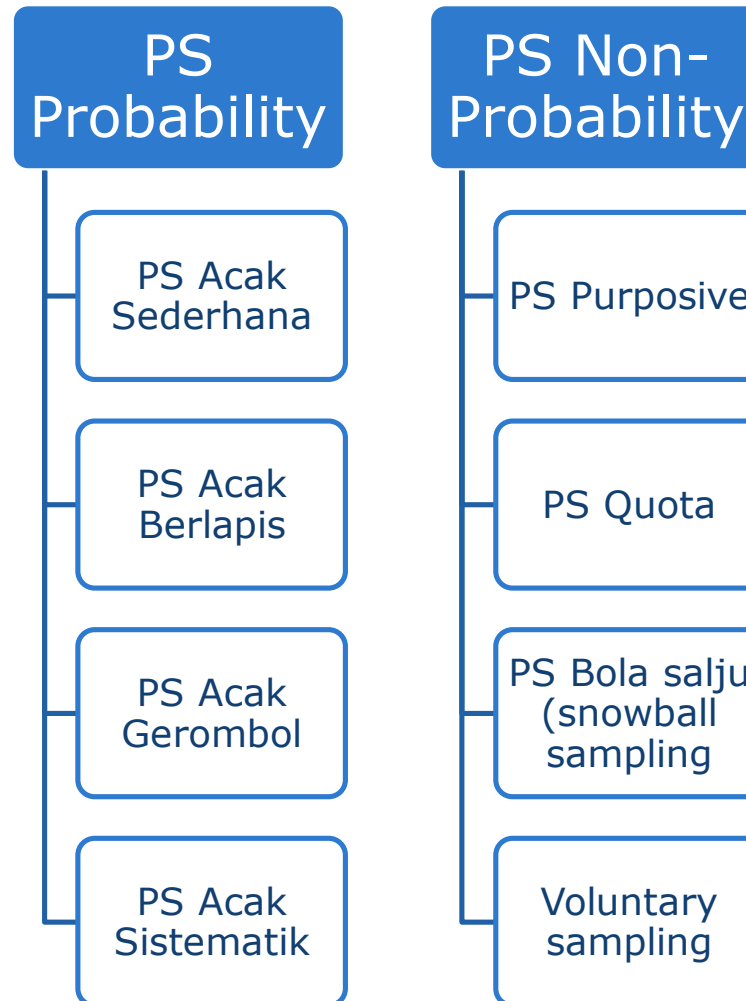
1. Penarikan Sampel Probabilitas (*Probability Sampling*)

- ❖ Penarikan sampel dimana setiap sampel berukuran n memiliki kesempatan yang sama untuk terpilih (setara dengan setiap anggota populasi punya peluang sama untuk terpilih)
- ❖ Melibatkan pengacakan
- ❖ Dapat membuat suatu pernyataan terkait peluang mengenai parameter

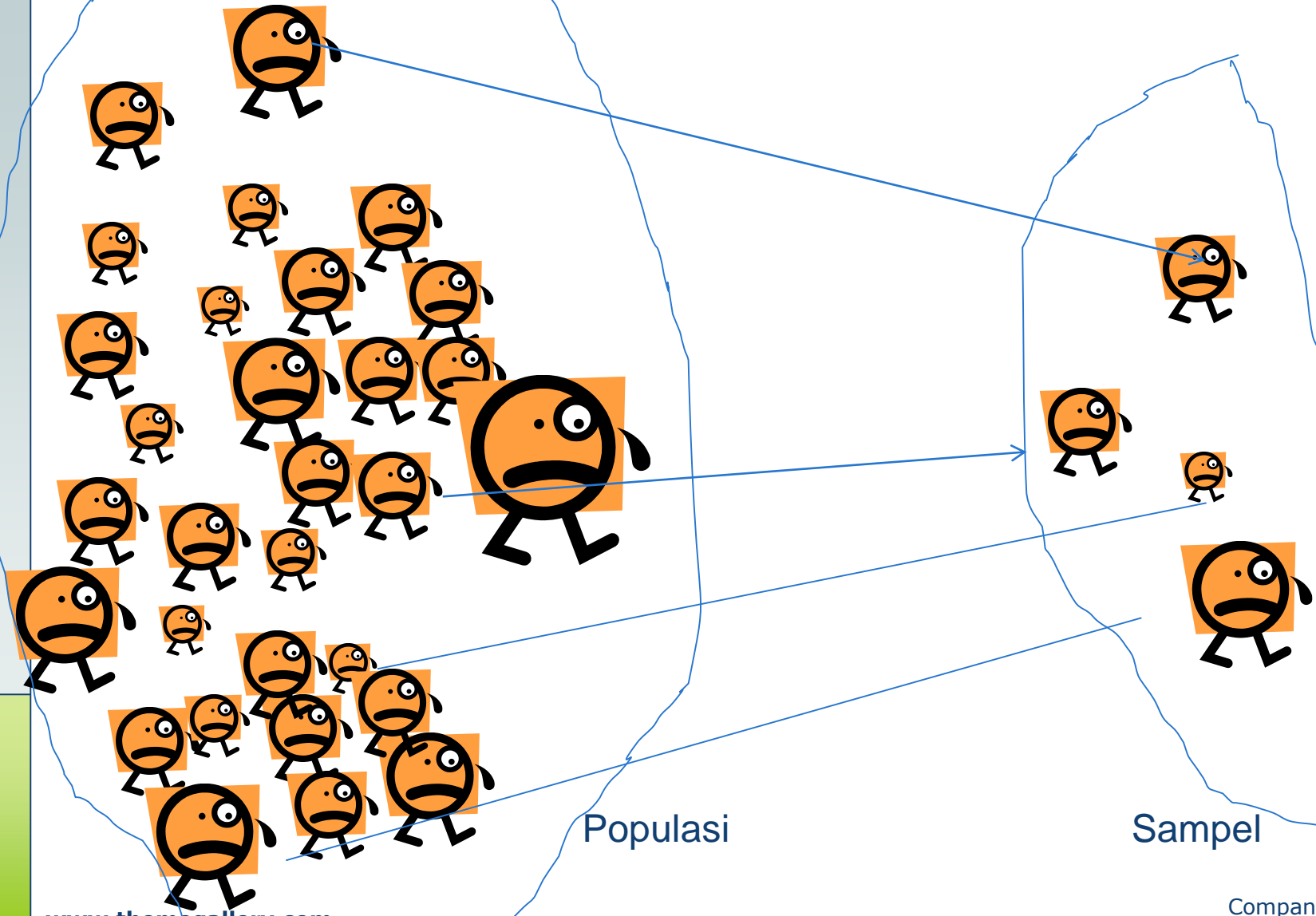
2. Penarikan Sampel Non-Probabilitas (*Non-Probability Sampling*)

- ❖ Penarikan sampel dimana setiap anggota populasi tidak memiliki peluang sama untuk terpilih
- ❖ Tidak Melibatkan pengacakan
- ❖ Tidak dapat membuat suatu pernyataan terkait peluang mengenai parameter, hanya mendeskripsikan data yang ada
- ❖ Biasanya untuk survei-survei awal

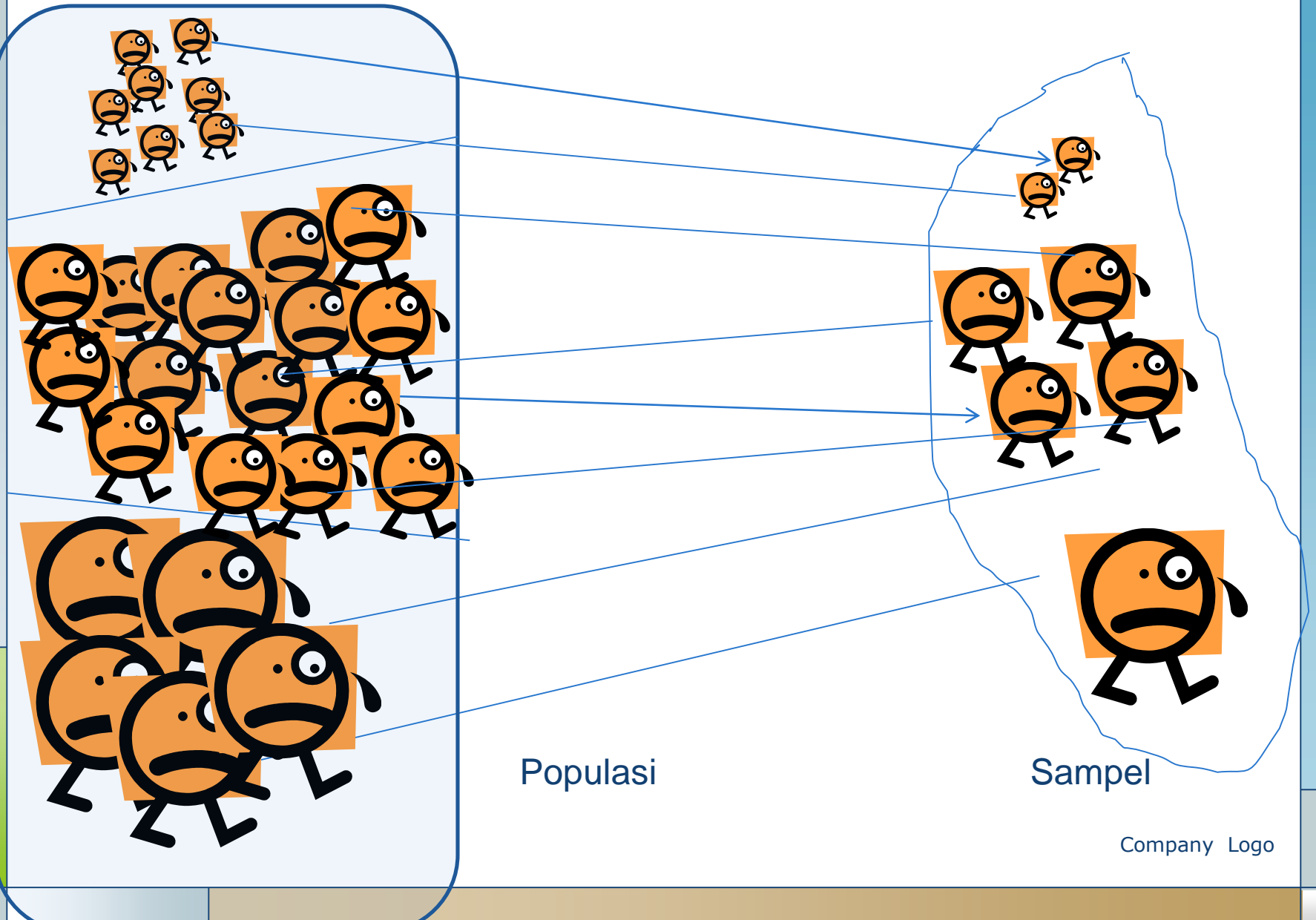
Metode Penarikan Sampel



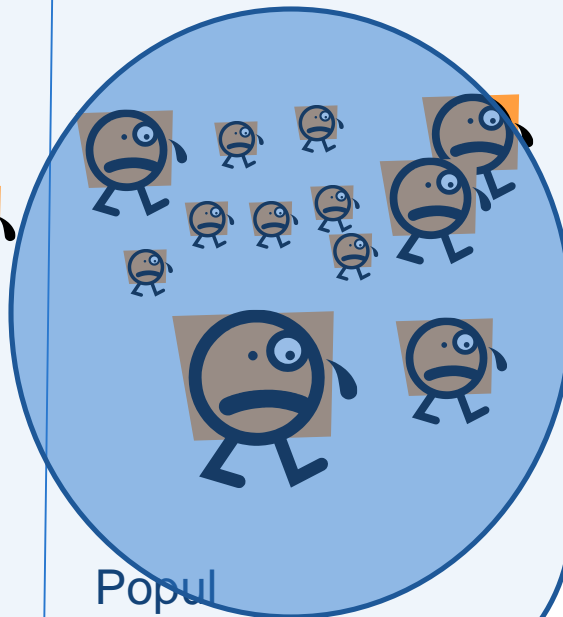
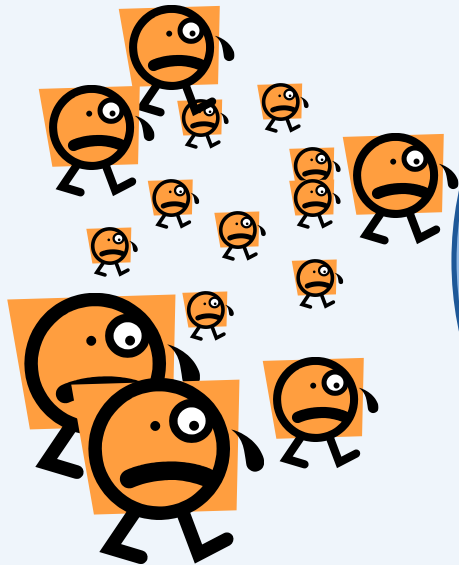
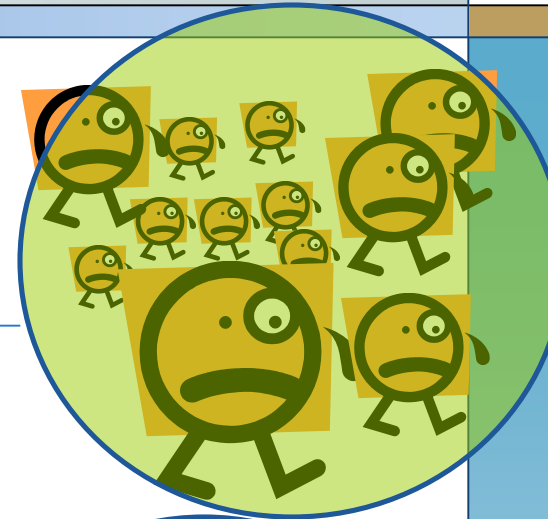
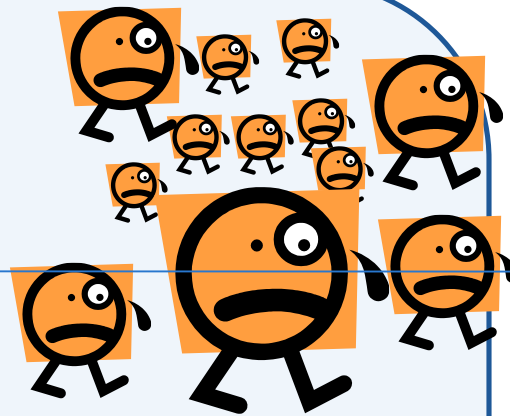
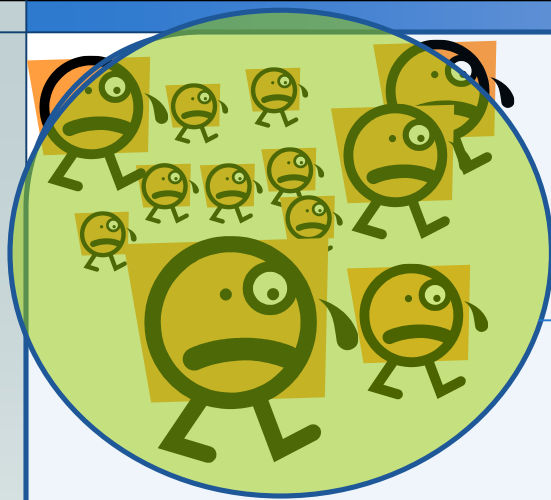
Penarikan Sampel Acak Sederhana



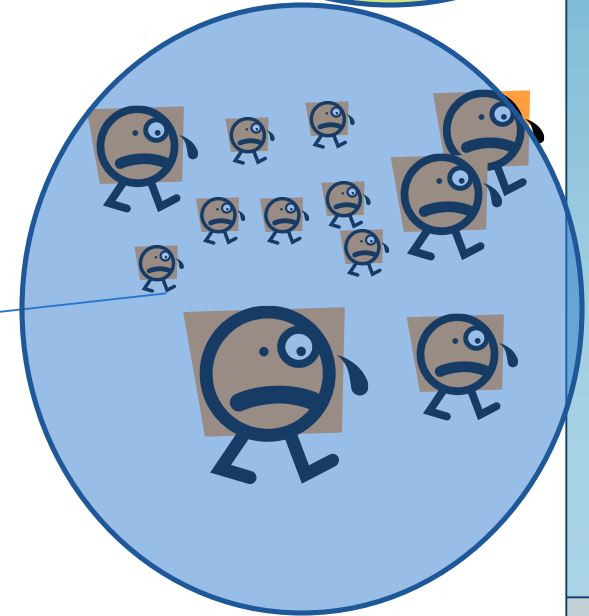
Penarikan Sampel Acak Berlapis



Penarikan Sampel Acak Gerombol

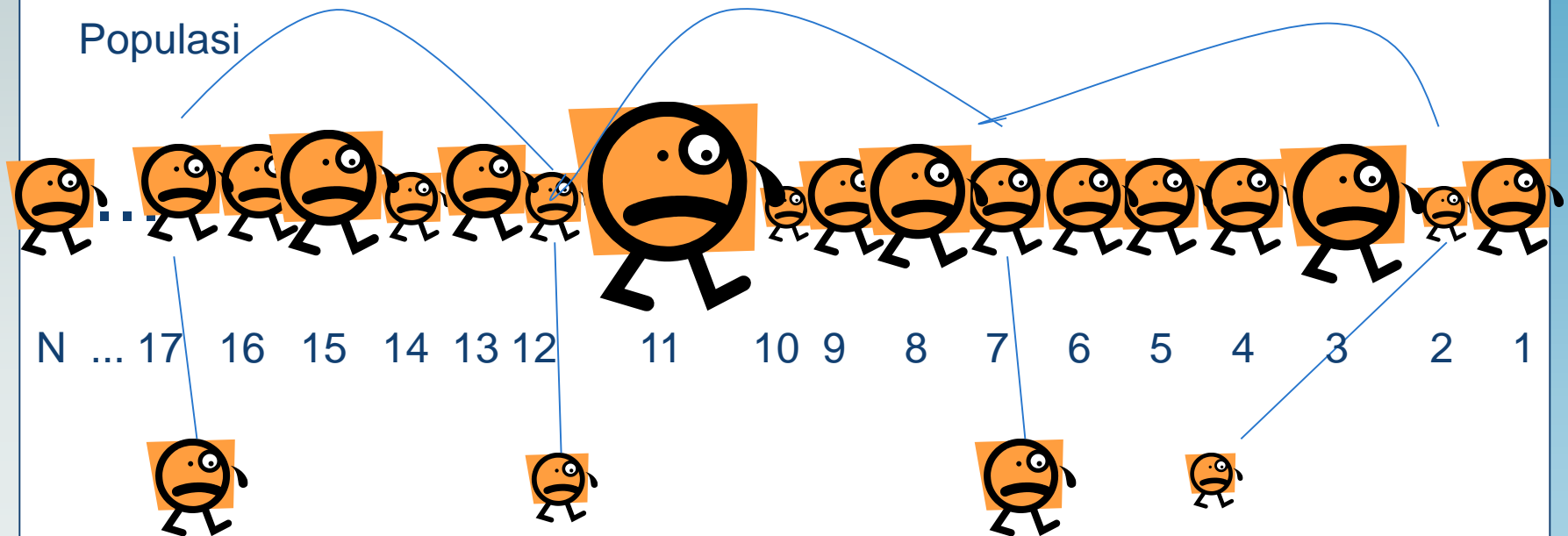


Popul
asi



Sampel

Penarikan Sampel Acak Sistematis



Sumber Kesalahan Dalam Survei



1. SAMPLING ERROR

- Kesalahan yang muncul karena kita hanya mengamati sebahagian anggota populasi (sampel) dan bukan semua anggota populasi
- Dapat dikurangi dengan merancang survei dengan sangat hati-hati (ukuran sampel diperbesar, gunakan metode sampling yang sesuai)
- Biasanya dinyatakan dalam pendugaan yang dilakukan

2. NON_SAMPLING ERROR :

- Kesalahan yang disebabkan oleh faktor lain selain proses survei (pengambilan sampel)
- Lebih sulit untuk dikontrol

Non-Sampling Error



Non-Response

Pergi!!! saya tidak mau diganggu

Anak saya tidak ada di rumah, saya saja yang mengisi kuesioner itu

Bias selection



Iya, saya tidak ahli memasak



Inaccurate response

Non-Sampling Error

Daripada capek cari responden, aku berburu saja. Nanti kuesioner aku isi sendiri



Dishonest
Interviewer



Human error and
resources quality

Mengurangi Kesalahan Dalam Survei

1. SAMPLING ERROR

- Perbesar ukuran sampel, namun cara ini dapat meningkatkan non-sampling error

2. NON_SAMPLING ERROR :

- Callback
- Berikan hadiah (hanya jika respons sudah didapat)
- Menggunakan tenaga pengambilan data yang terlatih/alat yang akurat
- Data check (monitoring, uji petik)
- Konstruksi kuesioner dengan baik.



Tugas Kelompok :

Buat tulisan mengenai perancangan kuesioner , meliputi

- ☐ **Pengertian kuesioner**
- ☐ **Jenis-jenis pertanyaan pada kuesioner (pertanyaan terbuka/tertutup, dll)**
- ☐ **Pilihan Jawaban**
- ☐ **Prinsip-prinsip perancangan kuesioner**
- ☐ **Uji validitas dan reliabilitas kuesioner**
- ☐ **Dll**

Metode Pengumpulan Data



1. Wawancara Langsung
2. Wawancara Telepon
3. Kuesioner melalui surat
4. Pengamatan (observasi)

Tugas Kelompok :

Kelebihan dan kekurangan dari masing-masing metode

MERENCANAKAN SURVEI



MERENCANAKAN SURVEI



7

- Pilih dan Latih tenaga lapangan

8

- Pilih sampel kecil untuk uji pendahuluan

9

- Rencanakan pekerjaan lapangan dengan detail

10

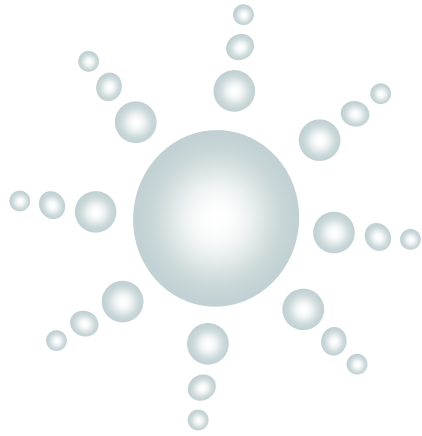
- Manajemen data

11

- Analisis data

12

- Laporan



SELAMAT BELAJAR

LOGO



Teknik Sampling

Penarikan Sampel Acak Sederhana

Hazmira Yozza- Jur. Matematika Unand

07/08/2018

Tujuan Penarikan Sampel

Mengambil kesimpulan mengenai populasi berdasarkan informasi yang terkandung pada sampel

Ukuran sampel

- Semakin besar, semakin banyak informasi yg diperoleh
- Sangat terkait dengan biaya yang dikeluarkan untuk melakukan pengamatan

Variasi dalam data

- Dikontrol dengan metode pemilihan sampel yang tepat
- Bila dirancang dengan tepat, dapat menghemat biaya, informasi akurat

Suatu teknik Penarikan sampel dimana setiap kemungkinan sampel berukuran n yang diambil dari suatu populasi berukuran N mempunyai kesempatan yang sama untuk terpilih,

setiap elemen populasi mempunyai kesempatan yang sama untuk terpilih,

**TPS Acak
Sederhana**

Contoh Kasus

1

Seorang dokter gigi tertarik utk mengetahui efektifitas dari suatu bahan dalam mengurangi mengurangi gigi berlubang. Studi tersebut dilakukan terhadap N=1000 siswa di sebuah sekolah

2

Manager HRD sebuah perusahaan ingin mengetahui preferensi karyawan di prsh tersebut mengenai berbagai alternatif skema asuransi kesehatan

3

Direktur pemasaran sebuah perusahaan ingin menduga total penjualan produk nya pada tahun lalu

MASALAH :

- Bagaimana menarik sampel
- Bagaimana menduga parameter populasi

Cara memilih sampel acak sederhana

LOTERE

- Menuliskan nomor atau identitas lain dari elemen populasi pada kertas, kemudian mengambil n kertas secara acak. Elemen dengan identitas sesuai kertas diambil sebagai sampel
- Biasanya kalau populasi kecil

BIL. ACAK (KOMP)

- Beri nomor setiap anggota pop dg $1, 2, \dots, N$
- Bangkitkan n bil acak dengan komputer
- Sekat bil. Acak sesuai dengan ukuran populasi dan buat aturan shg setiap elemen diwakili oleh bilangan yang sama banyak
- Tentukan objek yang terpilih

TABEL BILANGAN ACAK

Penggunaan Tabel bilangan Acak



Tabel bilangan Acak (N=400, n=10)

10480 15011 16423 26574 56723

22368 46573 87341 94690 78435

24130 → 06754 → 14975 → 40023 → 90131

42167 → 54198 → 90574 → 22254 → 89526

37570 → 99325 → 28743 → 67254 → 24685

77921 36857 16252 85743 54663

241, 67, 149, 400, 21, 141, 222, 375, 287, 272

Pendugaan Nilai Tengah Populasi

Penduga tengah populasi

$$\hat{\mu} = \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$$

dengan :

- Nilai tengah $E(\bar{y}) = \mu$ (PTB)

- Ragam $V(\bar{y}) = \frac{\sigma^2}{n} \left(\frac{N-n}{N-1} \right)$

Finite pop
correction
factor

Diduga dengan s^2

Karena $V(s^2) = \frac{N}{N-1} \sigma^2$ maka $V(\bar{y}) = \frac{s^2}{n} \left(\frac{N-n}{N} \right)$

Pendugaan Nilai Tengah Populasi

Penduga tengah populasi $\hat{\mu} = \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$

Dugaan Ragam

$$\hat{V}(\bar{y}) = \frac{s^2}{n} \left(\frac{N-n}{N} \right)$$

dengan $s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i^2 - n\bar{y}^2}{n-1}$

Selang dugaan :

$$\bar{y} \pm 2\sqrt{\hat{V}(\bar{y})}$$

Batas
Kesalahan

Cat : Jika $N \gg n$ maka $fpc \rightarrow 1$ shg $\hat{V}(\bar{y}) = \frac{s^2}{n}$ (biasanya $n/N \leq 0.05$)

Contoh Kasus

Suatu sampel acak berukuran $n=9$ catatan biaya perawatan pasien yang pernah dirawat di ruang VIP RS 'Sehat' diambil dari untuk menduga rata-rata biaya perawatan di ruang VIP dari $N=484$ catatan biaya yang ada (tentukan elemen/unit PS/kerangka PS). Diperoleh sampel sbb

Pasien	Biaya (jt rupiah)
Y1	33.5
Y2	32.0
Y3	52.0
Y4	43.0
Y5	40.0
Y6	41.0
Y7	45.0
Y8	42.5
Y9	39.0

Dugalah μ , rata-rata biaya perawatan dan hitung batas kesalahan pada penduga tersebut (tingkat kepercayaan 95%)

Contoh Kasus

Pasien	Biaya
Y1	33.5
Y2	32.0
Y3	52.0
Y4	43.0
Y5	40.0
Y6	41.0
Y7	45.0
Y8	42.5
Y9	39.0

Nilai dugaan rata-rata biaya rawat

$$\hat{\mu} = \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} = \frac{33.5 + 32.0 + \dots + 39.0}{9} = \frac{368}{9} = 40.89 \text{ juta rupiah}$$

Untuk menghitung batas kesalahan, hitung dulu s^2

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n y_i^2 - n\bar{y}^2}{n-1} = \frac{(33.5^2 + 32.0^2 + \dots + 39.0^2) - 9(40.89)^2}{9-1} = 35.67$$

Batas kesalahan

$$B = 2\sqrt{\hat{V}(\bar{y})} = 2\sqrt{\frac{s^2}{n} \left(\frac{N-n}{N} \right)} = 2\sqrt{\frac{35.67}{9} \left(\frac{484-9}{484} \right)} = 3.94$$

Diduga, rata-rata biaya rawat pasien di ruang VIP RS tersebut adalah 40.89 juta rupiah dengan batas kesalahan pendugaan 3.94 juta (tk kepercayaan 95%)

Pendugaan Total Populasi

Total populasi :

$$\tau = N\mu$$

sehingga penduga total populasi

$$\hat{\tau} = N\hat{\mu} = N\bar{y} = N \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$$

Dengan ragam $\hat{\tau}$

$$V(\hat{\tau}) = V(N\bar{y}) = N^2 V(\bar{y}) = N^2 \frac{\sigma^2}{n} \left(\frac{N-n}{N-1} \right)$$

Penduga bagi ragam $\hat{\tau}$

$$\hat{V}(\hat{\tau}) = N^2 \frac{s^2}{n} \left(\frac{N-n}{N} \right)$$

Pendugaan Total Populasi

Penduga total populasi

$$\hat{\tau} = N\hat{\mu} = N\bar{y} = N \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$$

Penduga bagi ragam $\hat{\tau}$

$$\hat{V}(\hat{\tau}) = N^2 \frac{s^2}{n} \left(\frac{N-n}{N} \right)$$

Batas kesalahan

$$B = 2\sqrt{\hat{V}(\hat{\tau})} = 2\sqrt{N^2 \frac{s^2}{n} \left(\frac{N-n}{N} \right)}$$

CONTOH

Suatu perusahaan ingin mengetahui berapa lama waktu yang digunakan oleh karyawannya secara tidak efektif (untuk kegiatan ngobrol, internetan, dll) dalam seminggu. Untuk itu, diambil sampel acak yang terdiri dari 50 orang karyawan, dan diperoleh rata-rata lamanya waktu yang digunakan secara tidak efektif adalah 10.31 jam dengan $s^2=2.25$ jam. Jika perusahaan tersebut memiliki 750 karyawan, dugalah total waktu yang dihabiskan oleh semua karyawan untuk kegiatan-kegiatan tersebut. Berikan batas kesalahan pendugaan.

Contoh Kasus

Nilai dugaan total lamanya waktu yang digunakan secara tidak efektif

$$\hat{\tau} = N\bar{y} = 750(10.31) = 7732.5 \quad \text{jam}$$

Dugaan ragam penduga

$$B = 2\sqrt{\hat{V}(\hat{\tau})} = 2\sqrt{N^2 \frac{s^2}{n} \left(\frac{N-n}{N} \right)} = 2\sqrt{750^2 \frac{2.25}{50} \left(\frac{750-50}{750} \right)} = 307.4 \text{ jam}$$

Diduga, total lamanya waktu yang dihabiskan oleh seluruh karyawan secara tidak efektif adalah 7732.5 jam dengan **batas kesalahan pendugaan sebesar 307.4 jam**

Diduga, total lamanya waktu yang dihabiskan oleh seluruh karyawan secara tidak efektif adalah 7732.5 jam dengan **kesalahan pendugaan kurang dari 307.4 jam**

Penentuan Ukuran Sampel

Pengamatan butuh biaya

- Dana
- Waktu
- Tenaga

Sampel berukuran besar

Sampel berukuran kecil

- Biaya besar, terkadang terlalu besar

- Informasi yang diperoleh banyak

- Biaya sedikit

- Informasi yang diperoleh tidak mencukupi

Hrs dipilih ukuran sampel yang sesuai

Tentukan B

Penentuan Ukuran Sampel

Pendugaan Nilai Tengah

$$B = 2\sqrt{V(\bar{y})} = 2\sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(\frac{N-n}{N-1} \right)}$$

$$\frac{B^2}{4} = \frac{\sigma^2}{n} \left(\frac{N-n}{N-1} \right) = D$$

$$n(N-1)D = N\sigma^2 - n\sigma^2$$

$$n[(N-1)D + \sigma^2] = N\sigma^2$$

Pendugaan Total

$$B = 2\sqrt{V(N\bar{y})} = 2N^2 \sqrt{V(\bar{y})}$$

$$B = 2N^2 \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(\frac{N-n}{N-1} \right)}$$

$$\frac{B^2}{4N^2} = \frac{\sigma^2}{n} \left(\frac{N-n}{N-1} \right) = D$$

$$n(N-1)D = N\sigma^2 - n\sigma^2$$

$$n[(N-1)D + \sigma^2] = N\sigma^2$$

$$n = \frac{N\sigma^2}{(N-1)D + \sigma^2} \quad \text{Dengan}$$

$D = B^2 / 4 \rightarrow$ Untuk menduga nilai tengah

$D = B^2 / 4N^2 \rightarrow$ Untuk menduga total

Bila tdk diket., duga ragam dg

$$\hat{\sigma} = \frac{\text{Range}}{4}$$

CONTOH

Dinas Perindustrian Sumbar ingin menduga rata-rata modal dari usaha tenunan yang ada di Sumbar. Meskipun data awal yang dapat digunakan untuk menduga ragam populasi tidak tersedia, namun diketahui bahwa modal usaha tenunan tersebut berkisar dari 20 juta – 100 juta. Diketahui bahwa terdapat 225 usaha tenunan di Sumbar, tentukan berapa besarnya contoh yang harus diambil apabila diinginkan kesalahan sampling sebesar Rp 4 juta dengan tingkat kepercayaan 95%.

Seorang ahli peternakan ingin mengetahui berapa total pertambahan berat badan anak ayam dalam 0- 4 bulan untuk 1000 anak ayam yang menetas pada periode terakhir. Tentu saja menghitung berat seluruh anak ayam akan menghabiskan waktu dan membosankan. Karena itu diputuskan untuk mengambil sampel acak sederhana. Studi yang sama sebelumnya menunjukkan bahwa ragam populasi kira-kira bernilai 36 (gram). Dengan tingkat kepercayaan 95% dan batas kesalahan 1000 gram , tentukan ukuran contoh yang diperlukan untuk penelitian di atas.

CONTOH

Dinas Perindustrian Sumbar ingin menduga rata-rata modal dari usaha tenunan yang ada di Sumbar. Meskipun data awal yang dapat digunakan untuk menduga ragam populasi tidak tersedia, namun diketahui bahwa modal usaha tenunan tersebut berkisar dari 20 juta – 100 juta. Diketahui bahwa terdapat 225 usaha tenunan di Sumbar, tentukan berapa besarnya contoh yang harus diambil apabila diinginkan kesalahan sampling sebesar Rp 4 juta dengan tingkat kepercayaan 95%.

JAWABAN

Dengan $B=4$ juta, diperoleh

$$D=B^2/4 = 16/4= 4$$

Simpangan baku populasi diduga dari

$$\hat{\sigma} = \frac{Range}{4} = \frac{(100 - 20)}{4} = \frac{80}{4} = 20 \rightarrow \hat{\sigma}^2 = 400$$

Jadi ukuran sampel yang harus diambil adalah

$$n = \frac{N\sigma^2}{(N-1)D + \sigma^2} = \frac{225(400)}{(225-1)(4) + 400} = 69.44 \approx 70$$

CONTOH

Dinas Perindustrian Sumbar ingin menduga rata-rata modal dari usaha tenunan yang ada di Sumbar. Meskipun data awal yang dapat digunakan untuk menduga ragam populasi tidak tersedia, namun diketahui bahwa modal usaha tenunan tersebut berkisar dari 20 juta – 100 juta. Diketahui bahwa terdapat 225 usaha tenunan di Sumbar, tentukan berapa besarnya contoh yang harus diambil apabila diinginkan kesalahan sampling sebesar Rp 4 juta dengan tingkat kepercayaan 95%.

Seorang ahli peternakan ingin mengetahui berapa total pertambahan berat badan anak ayam dalam 0- 4 bulan untuk 1000 anak ayam yang menetas pada periode terakhir. Tentu saja menghitung berat seluruh anak ayam akan menghabiskan waktu dan membosankan. Karena itu diputuskan untuk mengambil sampel acak sederhana. Studi yang sama sebelumnya menunjukkan bahwa ragam populasi kira-kira bernilai 36 (gram). Dengan tingkat kepercayaan 95% dan batas kesalahan 1000 gram , tentukan ukuran contoh yang diperlukan untuk penelitian di atas.

CONTOH

Seorang ahli peternakan ingin mengetahui berapa total pertambahan berat badan anak ayam dalam 0- 4 bulan untuk 1000 anak ayam yang menetas pada periode terakhir. Tentu saja menghitung berat seluruh anak ayam akan menghabiskan waktu dan membosankan. Karena itu diputuskan untuk mengambil sampel acak sederhana. Studi yang sama sebelumnya menunjukkan bahwa ragam populasi kira-kira bernilai 36 (gram). Dengan tingkat kepercayaan 95% dan batas kesalahan 1000 gram , tentukan ukuran contoh yang diperlukan untuk penelitian di atas.

JAWABAN

Dengan batas kesalahan $B=1000$ gr, diperoleh :

$$D = \frac{B^2}{4 \cdot N^2} = \frac{(1000)^2}{4 \cdot (1000)^2} = 0.25$$

Diketahui dari studi sebelumnya bahwa ragam kenaikan berat 36 gr
Ukuran contoh yang diperlukan adalah

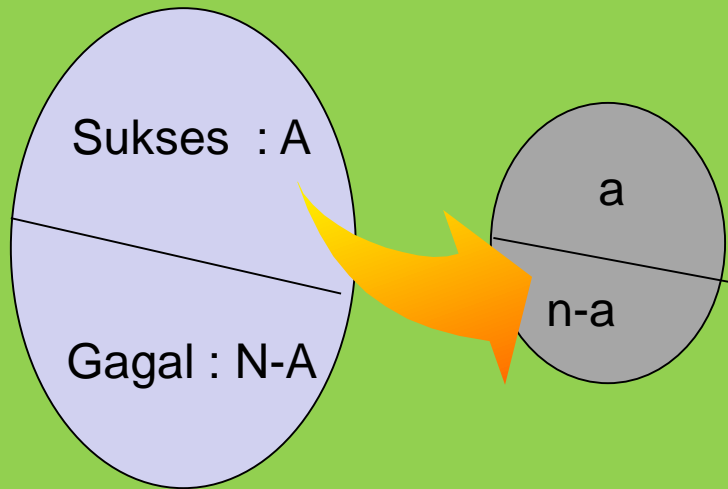
$$n = \frac{N\sigma^2}{(N-1)D + \sigma^2} = \frac{1000(36)}{999(0.25) + 36} = 125.98 \approx 126$$

Seorang psikolog akan menduga rata-rata waktu yang diperlukan untuk merespons suatu stimulus (rangsang) di antara 200 orang pasien penderita gangguan mental di rumah sakit A. Penelitian yang sama pernah dilakukan di rumah sakit yang lain dan diketahui bahwa ragam waktu untuk merespons stimulus adalah 0,16 menit. Berapa orang pasien yang harus diamati oleh psikolog tersebut jika ia menginginkan kesalahan tidak lebih dari 0,5 menit dengan tingkat kepercayaan 95%

Pertanyaan Penelitian :

- Berapa proporsi siswa SMU di kota Padang yang tidak lulus UN?
- Berapa persen bibit kedele yang mengecambah?
- Berapa proporsi RT yang hidup di bawah garis kemiskinan?

Pendugaan Proporsi



Populasi
(Ukuran N)

Sampel
(Ukuran n)

Prop. populasi :

$$p = A / n$$

Prop. sampel:

$$\hat{p} = a / n$$

Kej.sukses diberi nilai $y=1$
Kej.gagal diberi nilai $y=0$

A = Total populasi
 p = nilai tengah populasi

pendugaan $A \approx$ Pendugaan τ
pendugaan $p \approx$ Pendugaan μ

$$\hat{p} = \bar{y} = a / n$$

$$\hat{V}(\hat{p}) = \frac{\hat{p}\hat{q}}{n-1} \left(\frac{N-n}{N} \right)$$

$$B = 2\sqrt{\hat{V}(\hat{p})}$$

PENDUGA PROPORSI

CONTOH

Seorang mahasiswa Jur.Matematika ingin menduga proporsi mahasiswa tingkat akhir FMIPA Unand yang berencana untuk melanjutkan studinya ke jenjang pascasarjana. Karena populasi yang dihadapi cukup besar, maka ia memutuskan untuk mengambil sampel acak sederhana. Dari 400 orang mahasiswa tingkat akhir, ia mengambil sampel acak berukuran 100 orang. Untuk setiap mahasiswa yang berencana untuk melanjutkan studinya, ia memberikan nilai pengamatan $y_i=1$ dan jika tidak, ia memberikan nilai $y_i=0$. Dari 100 mahasiswa tersebut, ia mencatat terdapat 15 mahasiswa yang ingin melanjutkan studinya. Dugalah proporsi semua mahasiswa tingkat akhir FMIPA yang berencana melanjutkan studinya beserta kesalahan pendugaannya.

Fakultas Teknik ingin melakukan survei yang sama. Mereka memperkirakan bahwa kondisi di Fakultas Teknik tidak akan jauh berbeda dari kondisi di FMIPA. Bila diinginkan batas kesalahan sebesar 0.05, dengan tingkat kepercayaan 95%, berapa mahasiswa yang harus diambil sebagai sampel dari 500 mahasiswa tingkat akhir yang dimiliki

JAWABAN

Nilai dugaan proporsi mahasiswa yang akan melanjutkan studi

$$\hat{p} = \bar{y} = 15 / 100 = 0.15$$

Batas kesalahan pendugaan

$$\begin{aligned} B &= 2\sqrt{\hat{V}(\hat{p})} = 2\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n-1}\left(\frac{N-n}{N}\right)} \\ &= 2\sqrt{\frac{(0.15)(0.85)}{100-1}\left(\frac{300-100}{300}\right)} = 0.059 \end{aligned}$$

Jadi diduga 15% mahasiswa tingkat akhir FMIPA Unand berencana melanjutkan studinya ke jenjang pascasarjana dengan kesalahan pendugaan sebesar 5.9%

Penentuan ukuran contoh untuk pendugaan proporsi

Ukuran contoh untuk menduga μ :

$$n = \frac{N\sigma^2}{(N-1)D + \sigma^2}$$

Substitusi $\sigma^2 = pq$, diperoleh:

$$n = \frac{Npq}{(N-1)D + pq}$$

$$D = B^2 / 4$$

p diperoleh dari studi sebelumnya. Jika tidak tersedia, gunakan $p=1/2$

CONTOH

Dalam suatu penelitian pasar (*marketing riset*) ada 2000 Rumah tangga yang akan diteliti untuk memperkirakan berapa proporsi ibu rumah tangga yang tak menyenangi menggunakan penyedap dalam masakannya. Guna menghemat biaya diambil contoh acak sederhana ibu rumah tangga yang akan diwawancarai. Tentukan ukuran contoh yang diperlukan bila diinginkan batas kesalahan pendugaan sebesar 0.05 dan tingkat kepercayaan 95%.

CONTOH


Dari soal diketahui :

$$N = 2000, B = 0.05$$

Karena p tdk diket,
digunakan $p=0.5$

sehingga :

$$\begin{aligned} D &= B^2 / 4 \\ &= (0.05)^2 / 4 \\ &= 0.000625 \end{aligned}$$


$$\begin{aligned} n &= \frac{Np(1-p)}{(N-1)D + p(1-p)} \\ &= \frac{(2000)(0.5)(0.5)}{(1999)(0.000625) + (0.5)(0.5)} \\ &= \frac{500}{1.499} = 333.47 \approx 334 \end{aligned}$$

KUIS

1. Seorang psikolog akan menduga rata-rata waktu yang diperlukan untuk merespons suatu stimulus (rangsang) di antara 200 orang pasien penderita gangguan mental di rumah sakit A.
 - a. Berapa ukuran sampel yang harus diambilnya jika ia menginginkan batas kesalahan pendugaan sebesar 0.5 detik. Tidak terdapat informasi mengenai ragam populasi, namun dari pengalaman psikolog tersebut, waktu reaksi berkisar antara 1 detik sampai 3 detik
 - b. Misalkan akhirnya psikolog tersebut menarik sampel acak sederhana berukuran 50 orang pasien di RS A. Diperoleh waktu reaksi rata-ratanya sebesar 2.1 detik dan simpangan baku sebesar 0.4 detik, dugalah waktu rata-rata yang diperlukan seluruh pasiend RS tersebut untuk merespons stimulus tersebut dan sertakan batas kesalahan pendugaan (pada taraf kepercayaan 95%). Apa interpretasi anda dari hasil yang anda peroleh.
2. Psikolog tersebut juga tertarik untuk mengetahui proporsi pasien RS tersebut yang dirawat akibat ketergantungannya terhadap narkoba. Dari 50 pasien tersebut, ia mencatat bahwa 21 orang pasien mengalami gangguan kejiwaan akibat ketergantungannya terhadap narkoba. Dugalah proposi yang sesungguhnya dari banyaknya pasien yang mengalami gangguan jiwa karena narkoba (dengan taraf kepercayaan sebesar 95%)

07/08/2018



PENARIKAN SAMPEL ACAK BERLAPIS

DEFINISI

Penarikan Sampel Acak Berlapis adalah suatu teknik penarikan contoh acak yang dilakukan dengan cara menyekat elemen-elemen populasi menjadi beberapa kelompok/grup yang tidak saling tumpang tindih yang dinamakan lapisan atau strata dan kemudian menarik contoh dari masing-masing lapisan dengan menggunakan penarikan contoh acak sederhana.

CATATAN .

Lapisan yang dibentuk harus memiliki sifat : perbedaan objek antar lapisan besar dan perbedaan objek dalam lapisan lebih kecil

KELEBIHAN PSA BERLAPIS DARI PSA SEDERHANA



PSA Berlapis menjamin sampel yang diambil berasal dari klp yang secara alami ada di dalam populasi. (Jaminan ini ada pada PSA S). Bila lapisan dibentuk dg tepat, maka karakteristik objek dalam kelompok kecil. Akibatnya, batas kesalahan pendugaan semakin kecil



Biaya yang digunakan untuk melakukan penarikan sampel cenderung lebih sedikit pada PCA Berlapis dibandingkan dengan PCA S dikarenakan kemudahan administrasi dll.

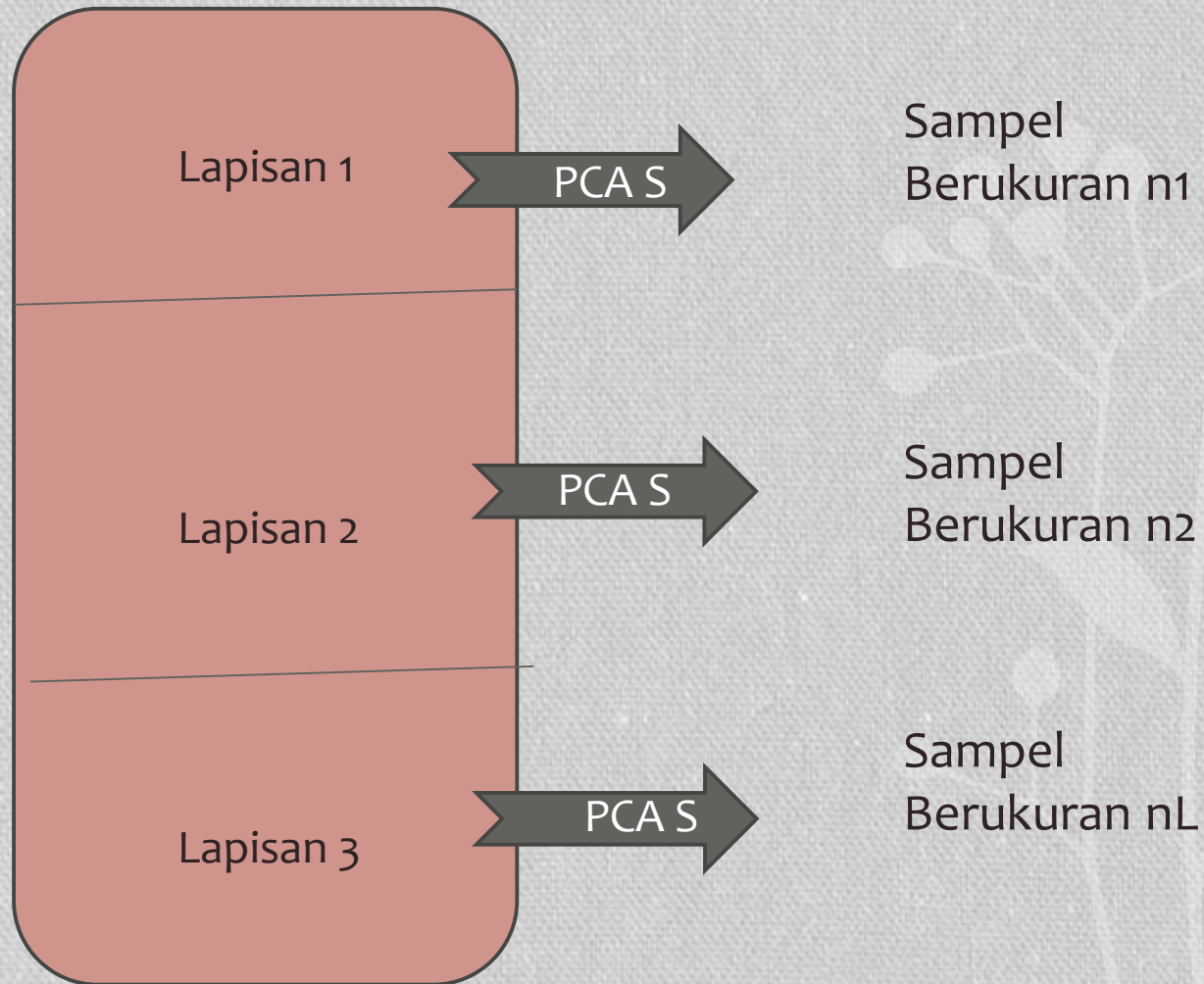


Jika digunakan PCA Berlapis, maka pendugaan parameter pada masing-masing lapisan dapat diperoleh tanpa harus mengeluarkan biaya tambahan.

MEMBUAT LAPISAN

- Lapisan adalah kumpulan elemen populasi objek yang memiliki karakteristik yang relatif homogen pada peubah yang menjadi perhatian.
- Peubah yang digunakan : peubah yang memiliki pengaruh/ berkaitan dengan peubah yang menjadi perhatian. Misalkan ingin diketahui proporsi siswa SMA yang mengikuti bimbingan belajar. Bila terdapat justifikasi yang kuat bahwa keikutsertaan dalam bimbel tersebut berbeda untuk siswa sekolah swasta dan negeri, maka status sekolah (swasta/negeri) dapat digunakan sebagai peubah penyekat.
- Pembentukan lapisan dapat dilakukan berdasarkan lebih dari satu peubah

MENARIK SAMPEL



PENDUGAAN NILAI TENGAH

Penduga bagi rata-rata populasi μ ;

$$\bar{y}_{st} = \frac{1}{N} [N_1 \bar{y}_1 + N_2 \bar{y}_2 + \dots + N_L \bar{y}_L] = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^L N_i \bar{y}_i$$

Penduga ragam

$$\begin{aligned} \hat{V}(\bar{y}_{st}) &= \frac{1}{N^2} [N_1^2 \hat{V}(\bar{y}_1) + N_2^2 \hat{V}(\bar{y}_2) + \dots + N_L^2 \hat{V}(\bar{y}_L)] \\ &= \frac{1}{N^2} \left[N_1^2 \left(\frac{N_1 - n_1}{N_1} \right) \frac{s_1^2}{n_1} + N_2^2 \left(\frac{N_2 - n_2}{N_2} \right) \frac{s_2^2}{n_2} + \dots + N_L^2 \left(\frac{N_L - n_L}{N_L} \right) \frac{s_L^2}{n_L} \right] \\ &= \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^L N_i^2 \left(\frac{N_i - n_i}{N_i} \right) \frac{s_i^2}{n_i} \end{aligned}$$

Batas kesalahan pendugaan :

$$B = 2\sqrt{\hat{V}(\bar{y}_{st})} = 2\sqrt{\frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^L N_i^2 \left(\frac{N_i - n_i}{N_i} \right) \frac{s_i^2}{n_i}}$$

CONTOH

Sebuah perusahaan periklanan tertarik untuk menentukan seberapa besar mereka akan menambah iklan televisi pada suatu kota. Perusahaan tersebut memutuskan untuk mengadakan survei untuk menduga rata-rata waktu yang dihabiskan rumah tangga tersebut untuk menonton televisi dalam 1 minggu (yaitu rata-rata waktu dalam seminggu dimana televisi dihidupkan). Kota tersebut memiliki tiga wilayah.

- Wilayah A berada di sekitar pabrik, sehingga sebahagian besar warganya adalah karyawan-karyawan pabrik dan anak usia sekolah.
- Wilayah B adalah kawasan eksklusif di kota tersebut dan berisi penduduk-penduduk yang lebih tua dengan sedikit anak di rumah.
- Wilayah C adalah wilayah pinggiran kota.

Terdapat 155 rumah tangga di wilayah A, 62 di wilayah B dan 93 di wilayah C, Sarankan rancangan survei untuk masalah ini. (elemen, populasi, unit penarikan sampel, kerangka penarikan sampel , bgmn mengukur peubah yang diinginkan).

CONTOH

Perusahaan tersebut menggunakan PSA Berlapis untuk menarik sampel dari populasi. Perusahaan periklanan tersebut hanya punya waktu dan biaya untuk mewawancarai 40 keluarga saja, sehingga mereka memutuskan untuk memilih $n_1 = 20$ rumahtangga dari kota A, $n_2=8$ rumahtangga dari kota B dan $n_3=12$ dari daerah pedesaan Terdapat 155 rumah tangga di wilayah A, 62 di wilayah B dan 93 di wilayah C. Diperoleh hasil sbb.

dugalah rata-rata waktu yang dihabiskan untuk menonton televisi (dalam jam per minggu) untuk :

- semua rumahtangga di kota tersebut
- semua rumahtangga di kota B

Pada kedua kasus tersebut, tentukan batas kesalahan pendugaan.

Lapisan 1-Kota A				Lapisan 2-Kota B				Lapisan 3-DaerahDesa			
35	28	26	41	27	4	49	10	8	15	21	7
43	29	32	37	15	41	25	30	14	30	20	11
36	25	29	31					12	32	34	24
39	38	40	45								
28	27	35	34								

PENDUGAAN TOTAL

Penduga bagi total τ

$$\hat{\tau}_{st} = N\bar{y}_{st} = [N_1\bar{y}_1 + N_2\bar{y}_2 + \dots + N_L\bar{y}_L] = \sum_{i=1}^L N_i\bar{y}_i$$

Penduga ragam

$$\hat{V}(\hat{\tau}_{st}) = \hat{V}(N\bar{y}_{st}) = N^2\hat{V}(\bar{y}_{st}) = \sum_{i=1}^L N_i^2 \left(\frac{N_i - n_i}{N_i} \right) \frac{s_i^2}{n_i}$$

Batas kesalahan pendugaan :

$$B = 2\sqrt{\hat{V}(\hat{\tau}_{st})} = 2\sqrt{\sum_{i=1}^L N_i^2 \left(\frac{N_i - n_i}{N_i} \right) \frac{s_i^2}{n_i}}$$

Berdasarkan contoh sebelumnya, dugalah total waktu per minggu yang dihabiskan seluruh rumahtangga di Propinsi tersebut untuk menonton televisi beserta kesalahan pendugaannya

PENENTUAN UK. SAMPEL : PENDUGAAN NILAI TENGAH

$$\hat{V}(\bar{y}_{st}) = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^L N_i^2 \left(\frac{N_i - n_i}{N_i - 1} \right) \frac{\sigma_i^2}{n_i}$$

Penentuan n :
Tetapkan $B = 2\sqrt{V(\bar{y}_{st})}$

Untuk N yang cukup besar

$$\hat{V}(\bar{y}_{st}) = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^L N_i^2 \left(\frac{N_i - n_i}{N_i} \right) \frac{\sigma_i^2}{n_i}$$

sulit memanipulasi rumus
untuk mendapatkan n

Hrs ada informasi
tentang fraksi ni
thd n; $n_i = n w_i$

$$n = \frac{\sum_{i=1}^L \frac{N_i^2 \sigma_i^2}{w_i}}{N^2 D + \sum_{i=1}^L N_i \sigma_i^2} \quad \text{dengan} \quad D = \frac{B^2}{4}$$

Cat: taraf kep 95%

PENENTUAN UK. SAMPEL : PENDUGAAN TOTAL

$$\hat{V}(\hat{\tau}_{st}) = \sum_{i=1}^L N_i^2 \left(\frac{N_i - n_i}{N_i - 1} \right) \frac{\sigma_i^2}{n_i}$$

Penentuan n :
Tetapkan $B = 2\sqrt{V(\hat{\tau}_{st})}$

Untuk N yang cukup besar

$$\hat{V}(\hat{\tau}_{st}) = \sum_{i=1}^L N_i^2 \left(\frac{N_i - n_i}{N_i} \right) \frac{\sigma_i^2}{n_i}$$

n sulit ditentukan

Hrs ada informasi
tentang fraksi ni
thd n; $n_i = n w_i$

$$n = \frac{\sum_{i=1}^L \frac{N_i^2 \sigma_i^2}{w_i}}{N^2 D + \sum_{i=1}^L N_i \sigma_i^2}$$

dengan $D = \frac{B^2}{4N^2}$

Cat: taraf kep 95%

CONTOH

Dari survei pendahuluan diduga ragam data masing-masing lapisan pada contoh sebelumnya adalah kira-kira

$$\sigma_1^2 \approx 25, \sigma_2^2 \approx 225 \text{ dan } \sigma_3^2 = 100$$

Ingin diduga rata-rata populasi dengan menggunakan PSA Berlapis. Tentukan ukuran contoh untuk mendapatkan batas kesalahan untuk taraf kepercayaan 95% sebesar 2 jam jika proporsi alokasi pada masing-masing lapisan adalah

$$w_1 = 1/3, w_2 = 1/3, \text{ dan } w_L = 1/3$$

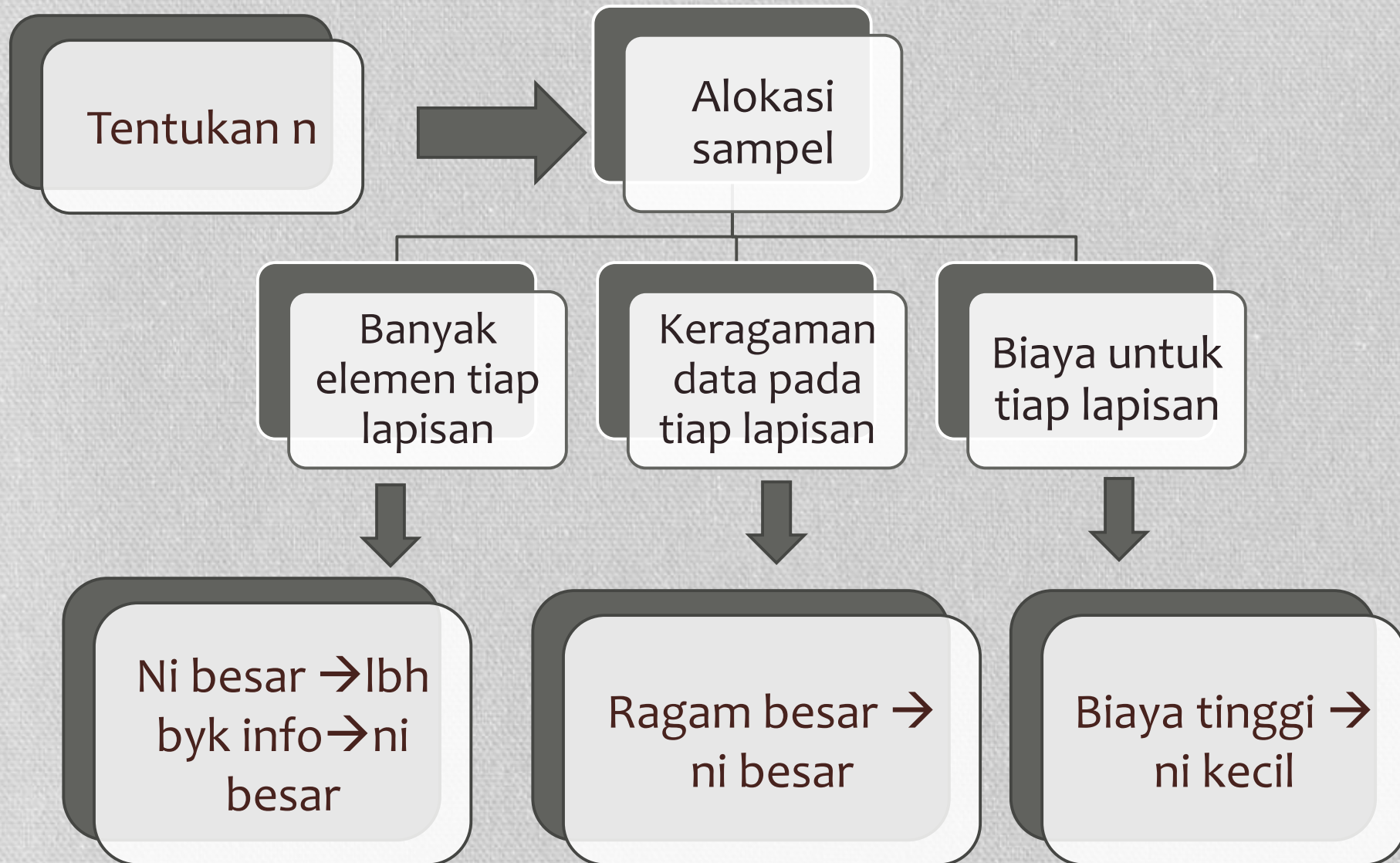
(ukuran sampel pada masing-masing lapisan sama)

Misalkan diperkirakan ragam data

$$\sigma_1^2 \approx 25, \sigma_2^2 \approx 225, \sigma_3^2 \approx 100$$

Ingin diduga total populasi, τ , dengan batas kesalahan pendugaan sebesar 400 jam. Tentukan besarnya ukuran contoh jika akan diambil pengamatan dalam jumlah yang sama pada masing-masing lapisan.

ALOKASI SAMPEL



ALOKASI SAMPEL

Perkiraan alokasi yang meminimumkan biaya pada suatu tingkat atau yang meminimumkan pada suatu tingkat biaya tertentu adalah

$$n_i = n \frac{N_i \sigma_i / \sqrt{c_i}}{N_1 \sigma_1 / \sqrt{c_1} + N_2 \sigma_2 / \sqrt{c_2} + \dots + N_L \sigma_L / \sqrt{c_L}} = n \frac{N_i \sigma_i / \sqrt{c_i}}{\sum_{i=1}^L N_i \sigma_i / \sqrt{c_i}}$$

dimana menyatakan ukuran lapisan ke-i, menyatakan ragam populasi pada lapisan-i dan menyatakan biaya untuk memperoleh satu pengamatan pada lapisan-i.

Alokasi Neyman : biaya sama

$$n_i = n \frac{N_i \sigma_i}{\sum_{i=1}^L N_i \sigma_i}$$

Alokasi Proporsional : biaya/
ragam sama

$$n_i = n \frac{N_i}{\sum_{i=1}^L N_i}$$

w_i

LANGKAH-LANGKAH PENENTUAN BESAR SAMPEL

Tentukan proporsi sampel tiap lapisan

Ragam & biaya berbeda

$$w_i = \frac{N_i \sigma_i / \sqrt{c_i}}{\sum_{i=1}^L N_i \sigma_i / \sqrt{c_i}}$$

Tentukan n

$$n = \frac{\sum_{i=1}^L \frac{N_i^2 \sigma_i^2}{w_i}}{N^2 D + \sum_{i=1}^L N_i \sigma_i^2}$$

Biaya sama, ragam berbeda

$$n_i = n \frac{N_i \sigma_i}{\sum_{i=1}^L N_i \sigma_i}$$

Ragam & biaya sama

$$w_i = \frac{N_i}{\sum_{i=1}^L N_i}$$

Alokasikan ke masing2 lapisan

$$n_i = n w_i$$

CONTOH

Prsh iklan pada contoh sblmnya mengetahui bahwa biaya yang harus dikeluarkan untuk mendapatkan sebuah pengamatan dari daerah pedesaan lebih tinggi dibandingkan dengan biaya yang diperlukan untuk mendapatkan sebuah pengamatan di kota A dan B. Hal ini disebabkan karena lebih besarnya biaya perjalanan dari satu rumah tangga ke rumah tangga yang lain pada daerah pedesaan ini. Biaya per pengamatan di masing-masing kota adalah \$9 (jadi $c_1 = c_2 = 9$) dan biaya per pengamatan di daerah pedesaan adalah \$16 ($c_3 = 16$). Simpangan baku di setiap lapisan (didekati dari nilai ragam pada survei pendahuluan) adalah $\sigma_1 \approx 5, \sigma_2 \approx 15, \sigma_3 \approx 10$. Tentukan ukuran contoh keseluruhan, n , yang harus diambil dan ukuran contoh pada masing-masing lapisan yang memungkinkan perusahaan periklanan tersebut melakukan pendugaan terhadap nilai tengah waktu menonton televisi dengan biaya yang minimum dan batas kesalahan pendugaan sebesar dua jam.

CONTOH

Perusahaan iklan tersebut memutuskan untuk menggunakan telepon dalam melakukan wawancara karena setiap keluarga di kota tersebut memiliki telepon, dan metode ini dianggap dapat mengurangi biaya. Jadi biaya untuk mendapatkan satu pengamatan adalah sama di setiap lapisan. Simpangan baku di setiap lapisan didekati dg $\sigma_1 \approx 5, \sigma_2 \approx 15, \sigma_3 \approx 10$

Perusahaan tersebut ingin menduga rata-rata populasi μ dengan batas kesalahan pendugaan sebesar 2 jam. Tentukan ukuran contoh yang sesuai, n , dan ukuran contoh pada setiap lapisan,

CONTOH

Perusahaan iklan tersebut menduga bahwa ragam pengamatan pada masing-masing lapisan pada contoh terdahulu adalah sama, dan berdasarkan survei pendahuluan diperkirakan nilainya sebesar 10. Interview melalui telepon digunakan sehingga biaya per pengamatan pada setiap lapisan juga sama. Perusahaan tersebut ingin menduga rata-rata waktu menonton televisi penduduk di propinsi tersebut dengan batas kesalahan sebesar dua jam. Tentukan ukuran contoh dan ukuran contoh pada masing-masing lapisan yang dibutuhkan untuk mendapatkan ketepatan sebagaimana yang diinginkan.

CONTOH

Seorang peneliti ingin menduga rata-rata berat dari 90 ekor tikus (50 jantan dan 40 betina) yang diberikan suatu jenis diet tertentu. Tikus-tikus tersebut dipisahkan berdasarkan jenis kelaminnya; jadi dipandang sangat tepat untuk menggunakan PCA berlapis dengan dua lapisan. Untuk memperkirakan keragaman berat dalam masing-masing lapisan, peneliti memilih tikus yang terlihat terkecil dan terbesar dari masing-masing lapisan. Diketahui bahwa berat tikus jantan memiliki kisaran.jangkauan/range 10 gram dan kisaran berat tikus betina adalah 8 gram. Berapa besarnya ukuran contoh yang harus diambil peneliti untuk menduga rata-rata berat seluruh tikus jika diinginkan batas kesalahan pendugaan sebesar 1 gram. Asumsikan bahwa biaya penarikan contoh pada kedua lapisan adalah sama.

UKURAN SAMPEL DG BATASAN BIAYA

Ukuran contoh yang sesuai yang dapat meminimumkan ragam penduga pada tingkat pengeluaran yang sudah ditetapkan adalah

$$n = \frac{C}{\sum_{i=1}^L c_i w_i}$$

Misalkan biaya pengamatan pada lapisan yang dihadapi prsh periklanan adalah $c_1 = c_2 = 9$ dan $c_3 = 16$. Misalkan juga ragam pada masing-masing lapisan adalah $\sigma_1 \approx 5, \sigma_2 \approx 15, \sigma_3 \approx 10$. Perusahaan tersebut hanya mengalokasikan dana sebesar \$500 untuk melakukan penarikan sampel tersebut. Dengan batasan seperti itu, tentukan ukuran sampel dan skema alokasi yang dapat meminimumkan

PENDUGAAN PROPORSI

Penduga proporsi, p

$$\hat{p}_{st} = \frac{1}{N} [N_1 \hat{p}_1 + N_2 \hat{p}_2 + \dots + N_L \hat{p}_L] = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^L N_i \hat{p}_i$$

Penduga ragam \hat{p}_{st}

$$\begin{aligned} \hat{V}(\hat{p}_{st}) &= \frac{1}{N^2} [N_1^2 \hat{V}(\hat{p}_1) + N_2^2 \hat{V}(\hat{p}_2) + \dots + N_L^2 \hat{V}(\hat{p}_L)] \\ &= \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^L N_i^2 \hat{V}(\hat{p}_i) \\ &= \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^L N_i^2 \left(\frac{N_i - n_i}{N_i} \right) \frac{\hat{p}_i \hat{q}_i}{n_i - 1} \end{aligned}$$

Batas kesalahan pendugaan :

$$B = 2\sqrt{\hat{V}(\hat{p}_{st})} = 2\sqrt{\frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^L N_i^2 \left(\frac{N_i - n_i}{N_i} \right) \frac{\hat{p}_i \hat{q}_i}{n_i - 1}}$$

UKURAN SAMPEL DAN ALOKASI (Pendugaan Proporsi)

Perkiraan ukuran contoh yang diperlukan untuk emnduga proporsi dengan batas kesalahan pendugaan B

$$n = \frac{\sum_{i=1}^L \frac{N_i^2 p_i q_i}{w_i}}{N^2 D + \sum_{i=1}^L N_i p_i q_i} \quad \text{dengan} \quad D = \frac{B^2}{4}$$

Perkiraan pengalokasi an sampel ke lapisan yang dapat meminimumkan biaya pada nilai $V(\hat{p}_{st})$ yang tetap atau memin $V(\hat{p}_{st})$ pada tingkat biaya yang tetap

$$\begin{aligned} n_i &= n \frac{N_i \sqrt{p_i q_i / c_i}}{N_1 \sqrt{p_1 q_1 / c_1} + N_2 \sqrt{p_2 q_2 / c_2} + \dots + N_L \sqrt{p_L q_L / c_L}} \\ &= n \frac{N_i \sqrt{p_i q_i / c_i}}{\sum_{i=1}^L N_i \sqrt{p_i q_i / c_i}} \end{aligned}$$

CONTOH

Seorang peneliti pasar ingin mengetahui proporsi ibu rumah tangga yang menyenangi barang konsumsi X. Untuk itu, ibu rumah tangga tersebut dibagi menjadi 3 lapisan. Hitung besar sampel yang dibutuhkan jika diinginkan batas kesalahan pendugaan sebesar 0,1 serta alokasi pada masing-masing lapisan. Peneliti tersebut melakukan survei dengan menggunakan telepon, sehingga biaya untuk mendapatkan sampel dari setiap lapisan adalah sama. (catatan ukuran populasi masing-masing lapisan adalah $N_1 = 155$, $N_2 = 62$ dan $N_3 = 93$)

TEKNIK SAMPLING

PENDUGAAN RASIO, BEDA DAN REGRESI

HAZMIRA YOZZA-IZZATI RAHMI HG
JURUSAN MATEMATIKA FMIPA UNIVERSITAS ANDALAS

PENDAHULUAN

- Pendugaan parameter dari peubah Y seharusnya dilakukan dengan menggunakan informasi dari nilai-nilai peubah Y
- Bila nilai-nilai peubah Y sulit didapat, maka pendugaan parameternya sulit diperoleh
- Pendugaan masih dapat dilakukan dengan menggunakan nilai peubah X yang berkaitan erat dengan nilai peubah Y

METODE PENDUGAAN PARAMETER PEUBAH Y BERDASARKAN INFORMASI PEUBAH X

PENDUGA RASIO

PENDUGA REGRESI

PENDUGA BEDA

HAZMIRA YOZZA-IZZATI RAHMI HG

JURUSAN MATEMATIKA FMIPA UNIVERSITAS ANDALAS

ILUSTRASI

Seorang manager minuman kesehatan menerima satu kontainer besar jeruk. Total kandungan gula yang dikandung oleh satu kontainer jeruk dapat diduganya dari :

$$\hat{\tau} = N\bar{y}$$

Dengan N : banyaknya jeruk dalam kontainer

\bar{y} : rata-rata kandungan gula dalam 1 buah jeruk

Masalah : Bagaimana jika N sulit didapat. Pada kasus ini, tidak efisien untuk menghitung satu persatu jeruk yang ada di dalam kontainer

Solusi :

Dapatkan digunakan informasi dari berat jeruk. Dari satu jeruk dapat diukur nilai dari kandungan gula (Y) & berat (X)

Ingat :

- Berat total jeruk sebanding dengan banyak jeruk
- Total Berat jeruk sebanding dengan total kandungan gula
- Berlaku perbandingan sbb

$$\frac{\mu_Y}{\mu_X} = \frac{N\mu_Y}{N\mu_X} = \frac{\tau_Y}{\tau_X} \quad \text{sehingga} \quad \tau_Y = \frac{\mu_Y}{\mu_X} \tau_X = R \tau_X$$

Jadi..... :

- Dapatkan total (τ_X) berat jeruk, dugaan rata-rata kandungan gula dan rata-rata berat dari suatu sample jeruk
- Duga total kandungan gula dari :

$$\tau_Y = \frac{\bar{y}}{\bar{x}} \tau_X = \frac{n\bar{y}}{n\bar{x}} \tau_X = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{\sum_{i=1}^n x_i} \tau_X$$

PENDUGAAN RASIO DENGAN PCA SEDERHANA

Penduga rasio populasi R

$$\hat{R} = r = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{\sum_{i=1}^n x_i}$$

Penduga ragam r

$$\hat{V}(r) = \left(\frac{N - n}{nN} \right) \left(\frac{1}{\mu_X^2} \right) \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - rx_i)^2}{n - 1}$$

Batas kesalahan pendugaan

$$B = 2 \sqrt{\hat{V}(r)}$$

Jika rata-rata populasi bagi X tidak diketahui, dapat diduga dari rata-rata contoh.

ILUSTRASI

Dalam suatu survey yang dilakukan untuk mengevaluasi tren dalam real estate, seorang peneliti tertarik untuk mengetahui perubahan relatif nilai taksiran dari rumah yang terdapat di suatu daerah tertentu dalam 2 tahun. Suatu contoh acak berukuran $n=20$ rumah diambil dari $N = 1000$ rumah. Dari catatan pajak si peneliti tersebut memperoleh nilai taksiran rumah tahun ini (y) dan nilai taksiran dua tahun yang lalu (x) dari 20 rumah tersebut. Ia ingin menduga $R =$ relatif perubahan harga taksiran rumah dalam 2 tahun dari 1000 rumah berdasarkan data contoh.

DATA

Rmh	Taksiran 2 th yl	Taksiran skrg	Rmh	Taksiran 2 th yl	Taksiran skrg
1	6.7	7.1	11	8.2	9.1
2	8.2	8.4	12	6.8	7.3
3	7.9	8.2	13	7.4	7.8
4	6.4	6.9	14	7.5	8.3
5	8.3	8.4	15	8.3	8.9
6	7.2	7.9	16	9.1	9.6
7	6.0	6.5	17	8.6	8.7
8	7.4	7.6	18	7.9	8.8
9	8.1	8.9	19	6.3	7.0
10	9.3	9.9	20	8.9	9.4

PENDUGA RASIO BAGI TOTAL POPULASI

Penduga rasio bagi total populasi τ $\hat{\tau}_y = r\tau_x = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{\sum_{i=1}^n x_i}$

Penduga ragam ($\hat{\tau}$) $\hat{V}(\hat{\tau}_y) = \tau_x^2 \left(\frac{N-n}{nN} \right) \left(\frac{1}{\mu_x^2} \right) \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - rx_i)^2}{n-1}$

Batas kesalahan pendugaan : $B = 2\sqrt{\hat{V}(\hat{\tau})}$

Dalam suatu penelitian untuk menduga total kandungan gula dalam satu truk jeruk, suatu contoh acak berukuran $n=10$ ditimbang dan dijuice untuk mengetahui kandungan gulanya. Total berat jeruk diketahui 1800 pound. Duga total kandungan gula jika dalam penelitian tersebut diperoleh data sbb

jeruk	Kandungan gula	Berat jeruk
1	0.021	0.40
2	0.030	0.48
3	0.025	0.43
4	0.022	0.42
5	0.033	0.50
6	0.027	0.46
7	0.019	0.39
8	0.021	0.41
9	0.023	0.42
10	0.025	0.44
	$\sum y_i = 0.246$	$\sum x_i = 4.35$



PENDUGA RASIO BAGI NILAI TENGAH POPULASI

Penduga rasio bagi n.tengah pop. μ_y $\hat{\mu}_y = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{\sum_{i=1}^n x_i} \mu_x = r \mu_x$

Penduga ragam ($\hat{\mu}_x$)

$$\hat{V}(\hat{\mu}_y) = \mu_x^2 V(r) = \mu_x^2 \left(\frac{N-n}{nN} \right) \left(\frac{1}{\mu_x^2} \right) \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - rx_i)^2}{n-1}$$

Batas kesalahan pendugaan :

$$B = 2\sqrt{\hat{V}(\hat{\mu}_y)} = \sqrt{\left(\frac{N-n}{nN} \right) \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - rx_i)^2}{n-1}}$$

Suatu perusahaan ingin menduga rata-rata pengeluaran pegawainya untuk kesehatan dalam tiga bulan pertama tahun ini. Suatu contoh acak 100 orang pegawai diambil dari populasi 1000 orang pegawai. Didapat total pengeluaran untuk empat bulan pertama tahun inian untuk contoh tersebut adalah \$1750. Dari data empat bulan pertama tahun yang lalu diketahui bahwa total pengeluaran untuk 100 orang yang berda dalam contoh adalah \$1200 dan total pengeluaran untuk 1000 pegawai adalah \$12500. Dugalah rata-rata pengeluaran untuk kesehatan dari 1000 pegawai di perusahaan tersebut pada tahun sekarang. Sertakan batas kesalahan pendugaan.

PENENTUAN UKURAN CONTOH UTK MENDUGA R

Ukuran contoh yang dibutuhkan untuk menduga R dengan batas kesalahan pendugaan B

$$n = \frac{N\sigma^2}{ND + \sigma^2}$$

dimana

$$D = \frac{B^2 \mu_x^2}{4}$$

PENENTUAN UKURAN CONTOH UTK MENDUGA μ_y

Ukuran contoh yang dibutuhkan untuk menduga μ_y dengan batas kesalahan pendugaan B

$$n = \frac{N\sigma^2}{ND + \sigma^2}$$

dimana
$$D = \frac{B^2}{4}$$

PENENTUAN UKURAN CONTOH UTK MENDUGA τ_y

Ukuran contoh yang dibutuhkan untuk menduga μ_y dengan batas kesalahan pendugaan B

$$n = \frac{N\sigma^2}{ND + \sigma^2}$$

dimana
$$D = \frac{B^2}{4N^2}$$

Sebuah perusahaan ingin menduga rasio jam kerja yang hilang akibat sakit antara tahun sekarang dengan tahun yang lalu. Suatu penelitian pendahuluan dilakukan terhadap. Dari catatan perusahaan tersebut diketahui bahwa total jam kerja yang hilang akibat sakit dari seluruh karyawan di perusahaan tersebut tahun lalu adalah $\tau_X = 16300$ jam. Tentukan ukuran contoh yang seharusnya diambil oleh perusahaan tersebut jika diinginkan batas kesalahan $B=0.01$. Asumsikan bahwa perusahaan tersebut memiliki $N=1000$ karyawan.

CATATAN :

- METODE RASIO DAPAT DIGUNAKAN JIKA HUBUNGAN ANTARA KEDUA PEUBAH LINIER MELEWATI TITIK ASAL
- JIKA HUBUNGAN TERSEBUT LINIER TAPI TIDAK MELEWATI TITIK ASAL, MAKA DAPAT DIGUNAKAN METODE REGRESI

PENDUGA REGRESI UNTUK NILAI TENGAH POPULASI

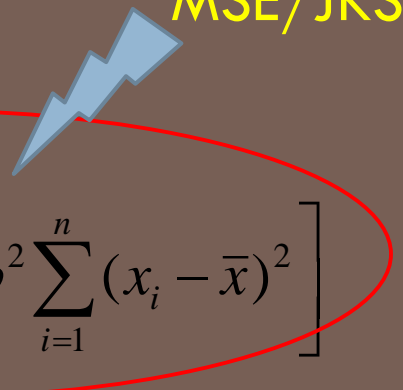
Penduga regresi bagi n.tengah pop. μ_y

$$\hat{\mu}_{yL} = \bar{y} + b(\mu_x - \bar{x})$$

dimana

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}$$

Penduga ragam $\hat{\mu}_{yL}$

$$\hat{V}(\hat{\mu}_{yL}) = \left(\frac{N-n}{Nn} \right) \left(\frac{1}{n-2} \right) \left[\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 - b^2 \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right]$$


Batas kesalahan pendugaan : $B = 2\sqrt{\hat{V}(\hat{\mu}_{yL})}$

Suatu ujian Matematika diberikan kepada 486 mahasiswa baru ketika mereka masuk sebuah perguruan tinggi. Dari mahasiswa ini, diambil suatu contoh acak sederhana yang terdiri dari 10 orang mahasiswa. Setelah 2 semester mempelajari mk. Kalkulus, nilai kalkulus kesepuluh mahasiswa tersebut diamati. Diperoleh hasil sbb

Mhs	Nilai awal	Nilai Kalkulus
1	39	65
2	43	78
3	21	52
4	64	82
5	57	92
6	47	89
7	28	73
8	75	98
9	34	56
10	52	75

Jika diketahui rata-rata nilai ujian awal matematika dari 486 mahasiswa adalah $\mu_x = 52$, dugalah nilai rata-rata ujian Kalkulus dari 486 mahasiswa tersebut

Catatan : Dari data diperoleh

$$\bar{y} = 76 \quad \bar{x} = 46$$

$$\sum_i y_i x_i = 36854$$

$$\sum_i x_i^2 = 23634$$

PENDUGA SELISIH UNTUK NILAI TENGAH POPULASI

Penduga selisih bagi n.tengah pop. μ_y

$$\hat{\mu}_{yD} = \bar{y} + (\mu_x - \bar{x}) = \mu_x + \bar{d}$$

dimana

$$\bar{d} = \bar{y} - \bar{x}$$

Penduga ragam $\hat{\mu}_{yD}$

$$\hat{V}(\hat{\mu}_{yD}) = \left(\frac{N-n}{Nn} \right) \frac{\sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2}{n-1}; \quad d_i = y_i - x_i$$

Batas kesalahan pendugaan :

$$B = 2\sqrt{\hat{V}(\hat{\mu}_{yD})}$$

Seorang auditor tertarik untuk membandingkan harga patokan barang seperti yang tertera di buku (harga buku) dengan harga barang sewaktu dilakukan audit (harga audit). Secara umum, harga patokan diketahui untuk setiap item barang, sedangkan harga audit diperoleh pada saat audit. Secara umum, harga buku dapat diketahui untuk semua item barang, dan harga audit baru diketahui pada

Cth	Harga audit y_i	Harga buku x_i
1	9	10
2	14	12
3	7	8
4	29	26
5	45	47
6	109	112
7	40	36
8	238	240
9	60	59
10	170	167

saat audit. Misalkan suatu populasi terdiri dari 180 item barang dan diketahui bahwa total harga bukunya adalah \$13320. Untuk menduga rata-rata harga audit, auditor tersebut memilih secara acak 10 item barang dan mencatat kedua harga tersebut. Diperoleh data sbb. Dugalah harga audit rata-rata dari 180 item barang tersebut

Cth	Harga audit yi	Harga buku xi	di
1	9	10	-1
2	14	12	2
3	7	8	-1
4	29	26	3
5	45	47	-2
6	109	112	-3
7	40	36	4
8	238	240	-2
9	60	59	1
10	170	167	3

$$\bar{d} = 0.4 \quad \sum d_i^2 = 58$$

$$\bar{y} = 72.1 \quad \bar{x} = 71.7$$

$$\mu_x = 74.0$$

Penduga rata-rata harga audit

$$\begin{aligned} \hat{\mu}_{yD} &= \mu_x + \bar{d} \\ &= 74.0 + (72.1 - 71.7) = 74.4 \end{aligned}$$

Penduga ragam dari penduga rata-rata harga audit

$$\begin{aligned} \hat{V}(\hat{\mu}_{yD}) &= \left(\frac{N-n}{Nn} \right) \frac{\sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2}{n-1} \\ &= \left(\frac{180-10}{180(10)} \right) 6.27 = 0.59 \end{aligned}$$



Hazmira Yozza
Izzati Rahmi HG

Jurusan Matematika
FMIPA - Unand

TEKNIK SAMPLING PCA SISTEMATIK

Definisi



Sampling sistematis adalah metode penarikan contoh yang dilakukan dengan cara memilih secara acak satu elemen dari k elemen yang pertama dari kerangka penarikan contoh (sampling frame) dan elemen-elemen berikutnya dipilih pada setiap jarak sebesar k dari elemen yang terpilih sebelumnya. Contoh yang terpilih disebut contoh sistematis dalam selang k .

PCA Sistematis vs PCA Sederhana



1. PCA Sistematis lebih mudah dilakukan
2. Informasi PCA Sistematis lebih banyak dibandingkan PCA Sederhana

Cara Memilih Contoh Sistematis



Misalkan kita ingin menarik contoh sistematis berukuran $n = 50$ dari populasi berukuran $N = 1500$. Dalam hal ini:

- lebar interval (k) = $N / n = 1500/50 = 30$
- Titik awal : Dipilih secara acak satu elemen dari 30 elemen pertama yang terdapat dalam kerangka penarikan contoh.
- Misalkan titik awal nomor c , maka elemen yang terpilih adalah nomor:
 $c, c+k, c+2k, \dots, c + (50-1)k$.
- Jika nilai $c = 15$, maka nomor-nomor yang diambil adalah :
 $15, 45, 75, \dots, 1485$

PCA sistematis merupakan pilihan tepat jika:



- Ukuran populasi tidak diketahui
- Proses kontinu
- Analisis struktur

Pendugaan Nilai Tengah



- Dugaan nilai tengah: $\hat{\mu} = \bar{y}_{sy} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$

- Dengan ragam: $V(\bar{y}_{sy}) = \frac{\sigma^2}{n} [1 + (n-1)\rho]$

Dengan ρ = interclass correlation

- Dugaan Ragam : $\hat{V}(\bar{y}_{sy}) = \frac{s^2}{n} \left(\frac{N-n}{N} \right)$

Tipe Populasi



- Populasi Acak (*Random Population*)
- Populaais Terurut (*Ordered Population*)
- Populasi Periodik (*Periodic Population*)

Populasi Acak



- elemen-elemen dari populasi dalam keadaan acak (*in random order*)
- PCA Sistematis pada populasi acak: heterogen dengan $\rho \approx 0$, sehingga untuk N besar :

$$V(\bar{y}_{sys}) \approx V(\bar{y})$$

Populasi Terurut



- elemen-elemen dalam populasi tersusun menurut besar kecilnya
- SS pada populasi terurut heterogen dengan $\rho \leq 0$, sehingga untuk N besar :

$$V(\bar{y}_{sys}) \leq V(\bar{y})$$

Populasi Periodik



- elemen-elemen populasi mempunyai pola siklis
- SS pada populasi terurut homogen dengan $\rho > 0$, sehingga untuk N besar:

$$V(\bar{y}_{sys}) \leq V(\bar{y})$$

- Solusi : mengubah titik awal beberapa kali.

Teladan



Seorang ahli minuman melakukan penelitian dalam rangka untuk mengetahui mutu sirup yang terkandung dalam getah sejenis tumbuh-tumbuhan. Banyaknya seluruh pohon yang mengandung getah tidak diketahui sehingga tidak mungkin melakukan contoh acak sederhana. Maka diputuskan untuk menggunakan contoh sistematis 1 dalam 7. Tabel berikut menyatakan hasil survey dengan peubah Y menyatakan kandungan gula dalam getah pohon yang terpilih. Tentukan selang kepercayaan 95% bagi rata-rata kandungan gula yang terkandung dalam getah pohon



- Diketahui $\sum_{i=1}^{212} y_i = 17.066$; $\sum_{i=1}^{212} y_i^2 = 1.486.800$
- Dugaan rata-rata kandungan gula dalam getah pohon :

$$\hat{\mu} = \bar{y}_{sy} = \frac{\sum_{i=1}^{212} y_i}{n} = \frac{17.066}{212} = 80,5$$

- $N = n \times k = 212 \times 7 = 1484$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n y_i \right)^2 / n}{n - 1} = \frac{1.486.800 - (17.066)^2 / 212}{211} = 535.483$$

- 
- Dugaan ragam bagi : \bar{y}_{st}

$$\hat{V}(\bar{y}_{sy}) = \frac{s^2}{n} \left(\frac{N-n}{N} \right) = \frac{535.483}{212} \cdot \left[\frac{1484-212}{1484} \right] = 2,165$$

- selang kepercayaan 95% :

$$BB = \bar{y}_{st} - B = 80.5 - 2.942 = 77.558 = 77.56$$

$$BA = \bar{y}_{st} + B = 80.5 + 2.942 = 83.442 = 83.44$$

$$\therefore \text{SK } 95\% = (77.56; 83.44)$$

Pendugaan Total Populasi (τ)



- Dugaan total populasi :

$$\hat{\tau} = N \cdot \bar{y} = N \cdot \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$$

- Dugaan ragam:

$$\hat{V}(\hat{\tau}) = N^2 \cdot \left(\frac{s^2}{n} \right) \cdot \left(\frac{N-n}{N} \right)$$

Teladan



- Seorang ahli hortikultura melakukan suatu percobaan dari kebun anggrek dengan $N = 1300$ pohon anggrek.. Ahli tersebut ingin memperkirakan jumlah (total) tangkai anggrek pada perkebunan tersebut. Ia mengambil contoh sistematis 1 dalam 10 pohon. Dari hasil penelitian diperoleh rata-rata banyaknya tangkai anggrek adalah 3.52 dan $s^2 = 0.48$. Tentukan selang kepercayaan 95% bagi total tangkai anggrek di seluruh perkebunan tersebut.

Penyelesaian:



- Dugaan total buah apel : $3.52 \times 1300 = 4576$

- Kesalahan sampling:

$$B = 2\sqrt{N^2 \frac{s^2}{n} \left(\frac{N-n}{N} \right)} = 2\sqrt{(1300)^2 \frac{0.48}{130} \left[\frac{1300-130}{1300} \right]} = 149.88$$

- SK 95% bagi τ :

$$(4576 \pm 149.8) = (4426,12:4725,88)$$

Pendugaan Proporsi



Pertanyaan Penelitian :

- Berapa proporsi siswa SMU di kota padang yang tidak lulus UN?
- Berapa persen bibit kedele yang mengecambah?
- Berapa proporsi RT yang hidup di bawah garis kemiskinan?

Dugaan proporsi:



Dugaan proporsi

$$\hat{p}_{sy} = \bar{y}_{sy} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$$

dengan dugaan ragam :

$$\hat{V}(\hat{p}_{sy}) = \frac{\hat{p}_{sy}\hat{q}_{sy}}{n-1} \left(\frac{N-n}{N} \right)$$

Teladan



Seorang staf peneliti Bank Rakyat Indonesia diberi tugas untuk memperkirakan proporsi petani peminjam kredit Bimas yang belum mengembalikan pada waktu yang telah ditentukan. Dipergunakan sampling sistematis 1 dalam 6. Dalam hal ini dipergunakan titik acak permulaan yang berbeda-beda untuk menghindari adanya variasi periodik dalam populasi. Peubah Y bernilai 0 untuk yang sudah mengembalikan kredit dan bernilai 1 untuk yang belum mengembalikan kredit :



Diketahui

$$\sum_{i=1}^{962} y_i = 652$$

Dugaan Proporsi:

$$\hat{p}_{sy} = \bar{y}_{sy} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} = \frac{652}{962} = 0.678$$

Kesalahan sampling:

$$B = 2\sqrt{\hat{V}(\hat{p}_{sy})} = 2\sqrt{\frac{\hat{p}_{sy}\hat{q}_{sy}}{n}\left(\frac{N-n}{N}\right)} = 2\sqrt{\frac{(0,678)(0,322)}{961} \frac{5775-962}{5775}} = 0.0275$$

SK 95% bagi p:

$$(0,678 \pm 0.0275) = (0,6505; 0,7055)$$

Penentuan ukuran contoh



- Ukuran contoh untuk menduga μ :

$$n = \frac{N\sigma^2}{(N-1)D + \sigma^2}, \quad \text{dengan } D = B^2/4$$

- Ukuran contoh untuk menduga proporsi:

$$n = \frac{Npq}{(N-1)D + pq}, \quad \text{dengan } D = B^2/4$$

Latihan1.



Suatu bank komersial akan membuat perkiraan mengenai rata-rata kredit yang belum dikembalikan tepat pada waktunya oleh peminjam kredit. (dalam jutaan rupiah). Suatu sampling sistematis akan ditarik dari populasi berukuran $N = 2500$ orang. Berdasarkan pengalaman sebelumnya besarnya ragam kredit yang belum dikembalikan tepat pada waktunya adalah sebesar Rp. 100juta. Apabila kesalahan sampling sebesar 2 juta dan tingkat kepercayaan sebesar 95%, tentukan berapa ukuran contoh peminjam kredit yang harus diambil ?

jawab : $96.16 \approx 97$

Latihan 2



Suatu perusahaan periklanan memulai dengan suatu kampanye promosi untuk produk baru. Perusahaan tersebut bermaksud meneliti langganan yang potensial di suatu kota untuk memperkirakan berapa besarnya proporsi langganan yang menyukai produk baru yang sedang dipromosikan. Untuk menghemat biaya akan digunakan sampling sistematis dengan memilih contoh dari daftar sebanyak $N = 5000$ nama. Wawancara dilakukan dengan menggunakan telepon. Berapa besarnya ukuran contoh yang harus diambil bila kesalahan sampling yang ditolerir sebesar 0,03 dan taraf kepercayaan sebesar 95%? .

Jawab : $909,240 \approx 910$

Sekian.....



• *Terima kasih*



TEKNIK SAMPLING **PCA Gerombol**

Hazmira Yozza – Izzati Rahmi HG
Jurusan Matematika FMIPA Universitas Andalas

- Definisi
- Suatu contoh gerombol adalah suatu contoh acak sederhana dimana setiap unit penarikan contoh adalah kelompok atau gerombol dari beberapa unsur (elemen).

Efektif bila :

1. Kerangka daftar elemen dalam populasi tidak tersedia atau dibutuhkan biaya yang sangat besar untuk mendapatkan kerangka populasi tersebut.
2. Biaya mendapatkan pengamatan meningkat bila jarak yang memisahkan elemen-elemen meningkat.

Langkah-langkah PCA Gerombol

1. Mendefinisikan Gerombol

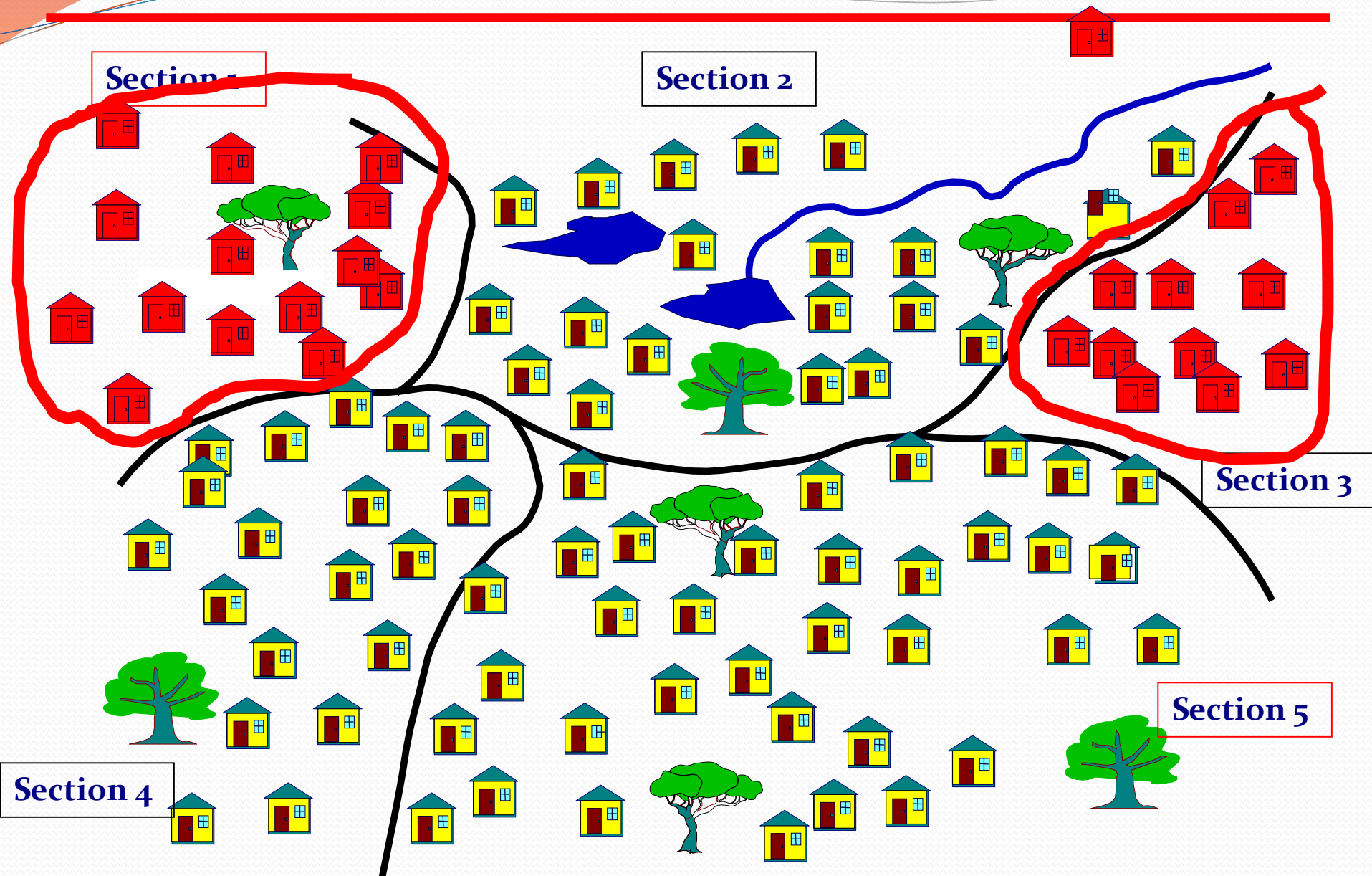
2. Menentukan kerangka sampling : daftar semua gerombol

Pertimbangan : Kedekatan geografis elemen dan ukuran gerombol yang mudah ditangani (alternatif : byk gerombol ukuran kecil / sedikit gerombol berukuran besar, tergantung kemiripan elemen)

3. Menentukan gerombol yang terpilih sebagai contoh dengan menggunakan PCA Sederhana

4. Mengukur karakteristik (yang menjadi perhatian) terhadap semua elemen yang ada di dalam gerombol yang terpilih

PCA Gerombol



Contoh :

Seorang ahli sosiologi ingin menduga rata-rata pendapatan per penduduk dewasa laki-laki pada sebuah kota kecil. Tidak terdapat daftar penduduk laki-laki dewasa. Bagaimana seharusnya ia merancang survei contoh?

Gunakan desa/kelurahan sebagai gerombol. Pilih secara acak beberapa desa. Kumpulkan data pendapatan seluruh laki-laki di desa yang terpilih

Notasi

N = banyaknya gerombol dalam populasi

n = banyaknya gerombol yang terpilih dalam contoh

m_i = banyaknya elemen dalam gerombol ke i

M = banyaknya elemen dalam populasi

y_i = total pengamatan dalam gerombol ke- i

Penduga bagi rata-rata populasi μ :

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{\sum_{i=1}^n m_i}$$

Dugaan ragam dari :

$$\hat{V}(\bar{y}) = \left(\frac{N-n}{Nn\bar{M}^2} \right) \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}m_i)^2}{n-1}$$

(penduga bias, baik jika besar)

bias hilang jika $m_1, m_2 \dots$ sama

Batas kesalahan pendugaan :

$$2\sqrt{\hat{V}(\bar{y})} = 2\sqrt{\left(\frac{N-n}{Nn\bar{M}^2} \right) \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}m_i)^2}{n-1}}$$

\bar{M} dapat diduga dari \bar{m} jika tidak diketahui.

Contoh

Dari wawancara dilakukan terhadap laki-laki dewasa pada 25 gerombol yang terpilih (dari 415 gerombol yang dibentuk), diperoleh data pendapatan dari laki-laki dewasa seperti pada tabel berikut

Gerombol i	Banyaknya laki-laki dewasa (m_i)	Total pendapatan per gerombol (y_i)	Gerombol i	Banyaknya laki-laki d (m_i)	Total pendapatan per gerombol (y_i)
1	8	\$ 96000	14	10	\$ 49000
2	12	121000	15	9	53000
3	4	42000	16	3	50000
4	5	65000	17	6	32000
5	6	52000	18	5	22000
6	6	40000	19	5	45000
7	7	75000	20	4	37000
8	5	65000	21	6	51000
9	8	45000	22	8	30000
10	3	50000	23	7	39000
11	2	85000	24	3	47000
12	6	43000	25	8	41000
13	5	54000			

$$\sum_{i=1}^{25} m_i = 151 \quad \sum_{i=1}^{25} y_i = \$1329000$$

Gunakan data ini untuk menduga rata-rata pendapatan per laki-laki dewasa di kota tersebut beserta batas kesalahan pendugaannya.

Penduga bagi total populasi τ :

$$M\bar{y} = M \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{\sum_{i=1}^n m_i}$$

Dugaan ragam dari $M\bar{y}$:

$$\hat{V}(M\bar{y}) = M^2 \hat{V}(\bar{y}) = N^2 \left(\frac{N-n}{Nn} \right) \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}m_i)^2}{n-1}$$

Batas kesalahan pendugaan :

$$2\sqrt{\hat{V}(M\bar{y})} = 2\sqrt{N^2 \left(\frac{N-n}{Nn} \right) \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}m_i)^2}{n-1}}$$

Contoh:

Gunakan data sebelumnya untuk menduga total pendapatan seluruh laki-laki dewasa di kota tersebut. Terdapat 2500 laki-laki dewasa

Penduga Total (M tidak diketahui)

Penduga bagi total populasi τ :

$$N\bar{y}_t = \frac{N}{n} \sum_{i=1}^n y_i$$

Dugaan ragam dari $N\bar{y}_t$:

$$\hat{V}(N\bar{y}_t) = N^2 \hat{V}(\bar{y}_t) = N^2 \left(\frac{N-n}{Nn} \right) \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_t)^2}{n-1}$$

Batas kesalahan pendugaan :

$$2\sqrt{\hat{V}(N\bar{y}_t)} = 2\sqrt{N^2 \left(\frac{N-n}{Nn} \right) \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_t)^2}{n-1}}$$

Contoh:

Gunakan data sebelumnya untuk menduga total pendapatan seluruh laki-laki dewasa di kota tersebut. Byk laki-laki di kota tdk diketahui

Catatan

Jika $m_1 = m_1 = \dots = m_n$ maka :

1. $\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{\sum_{i=1}^n m_i}$ merupakan penduga takbias bagi μ
2. $\hat{V}(\bar{y}) = \left(\frac{N-n}{Nn\bar{M}^2} \right) \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}m_i)^2}{n-1}$ merupakan penduga takbias bagi $V(\bar{y})$
3. Penduga bagi total populasi $M\bar{y}$ dan $N\bar{y}_t$ adalah ekuivalen

Manajer sirkulasi sebuah surat kabar ingin menduga rata-rata banyaknya surat kabar yang dibeli oleh setiap rumahtangga pada suatu komunitas tertentu. Biaya perjalanan dari satu rumahtangga ke rumahtangga lainnya cukup besar. Oleh karena itu, 4000 rumahtangga yang ada dalam komunitas tersebut dibagi ke dalam 400 kelompok geografis, dengan 10 rumahtangga pada masing-masing gerombol. Kemudian suatu contoh acak yang terdiri dari 4 gerombol dipilih secara acak sederhana. Wawancara yang dilakukan memberikan hasil sebagai berikut.

Gerombol	Banyaknya Surat Kabar	Total
1	1 2 1 3 3 2 1 4 1 1	19
2	1 3 2 2 3 1 4 1 1 2	20
3	2 1 1 1 1 3 2 1 3 1	16
4	1 1 3 2 1 5 1 2 3 1	20

Dugalah rata-rata banyaknya surat kabar per rumahtangga pada komunitas tersebut, beserta batas kesalahan pendugaannya.

Penentuan Ukuran gerombol untuk Menduga Rata-rata dan Total Populasi

- Tentukan B (Batas Kesalahan Pendugaan)
- Perkiraan ukuran contoh yang dibutuhkan untuk menduga μ dengan batas kesalahan pendugaan B :

$$n = \frac{N\sigma_c^2}{ND + \sigma_c^2},$$

dimana σ_c^2 dapat diduga dari s_c^2 dan

$$D = \frac{B^2 \bar{M}^2}{4}$$

Contoh

Misalkan data contoh sebelumnya merupakan contoh pendahuluan bagi pendapatan di suatu kota. Berapa besar contoh seharusnya diambil pada survei selanjutnya untuk dapat menduga rata-rata pendapatan per laki-laki dewasa, μ , dengan batas kesalahan pendugaan sebesar \$500.

Pendugaan Proporsi

Penduga proporsi populasi p :

$$\hat{p} = \frac{\sum_{i=1}^n a_i}{\sum_{i=1}^n m_i}$$

Dugaan ragam dari \hat{p} :

$$\hat{V}(\hat{p}) = \left(\frac{N-n}{Nn\bar{M}^2} \right) \frac{\sum_{i=1}^n (a_i - \hat{p}m_i)^2}{n-1}$$

Batas kesalahan pendugaan :

$$2\sqrt{\hat{V}(\hat{p})} = 2\sqrt{\left(\frac{N-n}{Nn\bar{M}^2} \right) \frac{\sum_{i=1}^n (a_i - \hat{p}m_i)^2}{n-1}}$$

Dari survei yang sama dengan contoh sebelumnya, responden juga ditanyai mengenai apakah mereka menyewa atau memiliki sendiri rumah yang mereka tempati. Hasilnya adalah:

Gerombol i	Banyaknya laki-laki dewasa	Banyaknya yg menyewa	Gerombol i	Banyaknya laki-laki dewasa	Banyaknya yg menyewa
1	8	4	14	10	5
2	12	7	15	9	4
3	4	1	16	3	1
4	5	3	17	6	4
5	6	3	18	5	2
6	6	4	19	5	3
7	7	4	20	4	1
8	5	2	21	6	3
9	8	3	22	8	3
10	3	2	23	7	4
11	2	1	24	3	0
12	6	3	25	8	3
13	5	2			

$$\sum_{i=1}^{25} m_i = 151 \quad \sum_{i=1}^{25} a_i = 72$$

$$\sum_{i=1}^{25} a_i m_i = 511$$

$$\sum_{i=1}^{25} m_i^2 = 1047$$

$$\sum_{i=1}^{25} a_i^2 = 262$$

Gunakan data tersebut untuk menduga proporsi laki-laki dewasa di kota tersebut yang menyewa rumah. Sertakan batas kesalahan pendugaannya.

Penentuan Ukuran gerombol untuk Menduga Proporsi

- Tentukan B (Batas Kesalahan Pendugaan)
- Perkiraan ukuran contoh yang dibutuhkan untuk menduga proporsi dengankesalahan pendugaan B :

$$n = \frac{N\sigma_c^2}{ND + \sigma_c^2},$$

dimana $D = B^2 \bar{M}^2 / 4$
dan σ_c^2 diduga dari

$$s_c^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (a_i - \hat{p}m_i)^2}{n-1}$$

Contoh

Misalkan data contoh sebelumnya merupakan contoh pendahuluan untuk menduga proporsi laki-laki dewasa yang menyewa rumah. Berapa besar contoh seharusnya diambil pada survei lain (tujuan sama) jika diinginkan batas kesalahan pendugaan sebesar 0.04

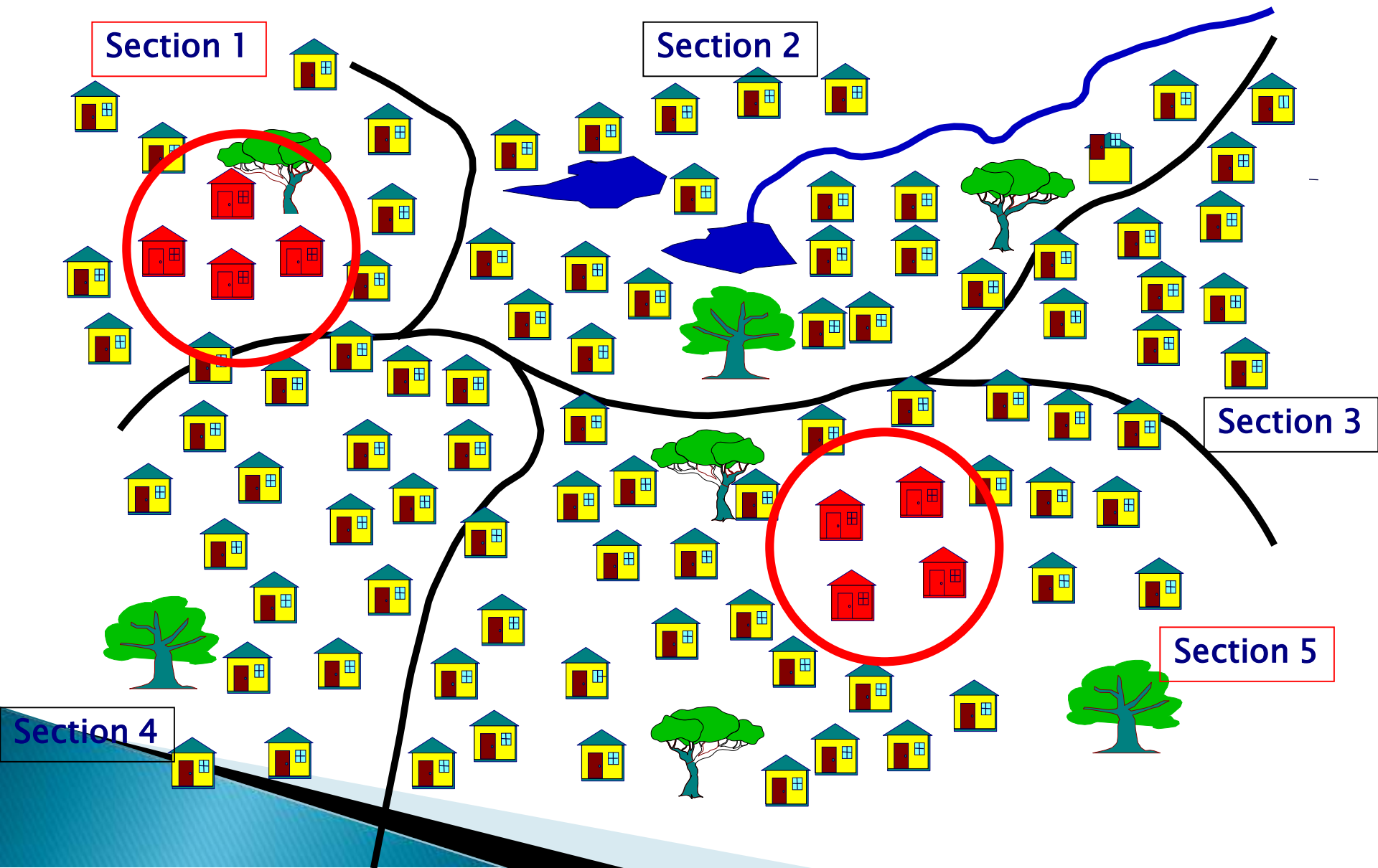
TEKNIK SAMPLING

Analisis Gerombol 2 Tahap

Definisi

Suatu contoh gerombol dua tahap diperoleh dengan terlebih dahulu memilih contoh acak sederhana beberapa gerombol dan kemudian memilih contoh acak sederhana beberapa elemen dari gerombol contoh

Ilustrasi



Catatan

- ▶ PCA ini mirip dengan PCA Berlapis (Gerombol analog dengan lapisan)
- ▶ **Beda**
 - Gerombol dipilih dari kumpulan seluruh gerombol (ekuivalen dg populasi)
 - Lapisan diperoleh dengan menyekat populasi dan semua lapisan dijadikan contoh
- ▶ PCA Gerombol menjamin elemen hanya diperoleh dari gerombol-gerombol yang terpilih secara acak sederhana, sementara PCA Berlapis menjamin bahwa contoh diperoleh dari semua lapisan.
- ▶ **Kebaikan sama dgn PCA Gerombol (1 tahap)**

Contoh :

1. Sebuah survei tentang opini mahasiswa di perguruan tinggi dilakukan dengan memilih contoh acak sederhana beberapa PT dari semua PT yang ada di sebuah negara dan kemudian memilih secara acak sederhana beberapa orang mahasiswa dari PT yang terpilih. Perguruan Tinggi : Gerombol mahasiswa
2. Jumlah total dari akun yang diterima oleh sebuah jaringan toko dapat diduga dengan terlebih dahulu memilih secara acak beberapa toko dan memilih secara acak beberapa akun dari masing-masingnya. Toko : Gerombol akun.

Metode penarikan contoh

1. Mendefinisikan Gerombol
2. Menentukan kerangka sampling : daftar semua gerombol
3. Pilih gerombol dengan PCA Sederhana
3. Menentukan kerangka sampling dari gerombol yang terpilih : daftar semua elemen pada gerombol tsb
4. Memilih elemen–elemen secara acak sederhana dari gerombol yang terpilih
5. Mengukur karakteristik (yang menjadi perhatian) terhadap semua elemen yang ada di dalam gerombol yang terpilih

$$\overline{M}$$

Notasi

N = banyaknya gerombol dalam populasi

n = banyaknya gerombol yang terpilih dalam contoh acak sederhana

M_i = banyaknya elemen dalam gerombol ke i

m_i = banyaknya elemen yang terpilih secara acak sederhana dari gerombol ke- i

M = banyaknya elemen dalam populasi

$= M/N$ = rata-rata ukuran gerombol dalam populasi

y_i = total pengamatan dalam gerombol ke- i

PENDUGAAN RATA-RATA POPULASI μ (M diketahui)

Penduga rata-rata :

$$\hat{\mu} = \frac{N}{M} \frac{\sum_{i=1}^n M_i \bar{y}_i}{n} \quad (9.1)$$

Dugaan ragam bagi rata-rata:

$$\hat{V}(\hat{\mu}) = \left(\frac{N-n}{N} \right) \frac{1}{n\bar{M}^2} s_b^2 + \frac{1}{nN\bar{M}^2} \sum_{i=1}^n M_i^2 \left(\frac{M_i - m_i}{M_i} \right) \frac{s_i^2}{m_i}, \quad (9.2)$$

$$s_b^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (M_i \bar{y}_i - \bar{M} \hat{\mu})^2}{n-1}$$

Dimana

dan

$$s_i^2 = \frac{\sum_{j=1}^{m_i} (y_{ij} - \bar{y}_i)^2}{m_i - 1}, i = 1, \dots, n. \quad (9.4)$$

Batas kesalahan pendugaan : $B = 2\sqrt{\hat{V}(\hat{\mu})}$

Contoh

Sebuah perusahaan garmen memiliki 90 pabrik yang berlokasi di seluruh Amerika Serikat. Perusahaan tersebut ingin menduga rata-rata waktu yang dibutuhkan untuk memperbaiki mesin jahit yang rusak pada beberapa bulan terakhir. Karena lokasi dari pabrik-pabrik tersebut tersebar, maka mereka memutuskan untuk menggunakan PCA gerombol dengan masing-masing pabrik sebagai gerombol mesin. Masing-masing pabrik memiliki beberapa mesin dan dibutuhkan waktu yang cukup lama untuk memeriksa catatan perbaikan dari masing-masing mesin. Oleh karena itu, pada kasus ini, lebih tepat untuk menggunakan PCA gerombol dua tahap. Perusahaan tersebut hanya menyediakan waktu dan biaya untuk mengambil contoh $n = 10$ pabrik dan sekitar 20% dari mesin-mesin dari setiap pabrik.

Dengan menggunakan data pada tabel berikut, dugalah rata-rata wkt perbaikan per mesin beserta batas kesalahan pendugaannya. Pshn mencatat bahwa terdapat total 4500 di seluruh pabrik.

Pabrik	M_1	m_1	Waktu perbaikan (jam)	\bar{y}_i	s_1^2
1	50	10	5, 7, 9, 0, 11, 2, 8, 4, 3, 5	5.40	11.38
2	65	13	4, 3, 7, 2, 11, 0, 1, 9, 4, 3, 2, 1, 5	4.00	10.67
3	45	9	5, 6, 4, 11, 12, 0, 1, 8, 4	5.67	16.75
4	48	10	6, 4, 0, 1, 0, 9, 8, 4, 6, 10	4.80	13.29
5	52	10	11, 4, 3, 1, 0, 2, 8, 6, 5, 3	4.30	11.12
6	58	12	12, 11, 3, 4, 2, 0, 0, 1, 4, 3, 2, 4	3.83	14.88
7	42	8	3, 7, 6, 7, 8, 4, 3, 2	5.00	5.14
8	66	13	3, 6, 4, 3, 2, 2, 8, 4, 0, 4, 5, 6, 3	3.85	4.31
9	40	8	6, 4, 7, 3, 9, 1, 4, 5	4.88	6.13
10	56	11	6, 7, 5, 10, 11, 2, 1, 4, 0, 5, 4	5.00	11.80

PENDUGA RASIO

Jika M tidak diketahui, M harus diduga dari data contoh.

$$\hat{M} = N \frac{\sum_{i=1}^n M_i}{n}$$

M digantikan dengan penduganya, maka penduga rata-rataakan menjadi penduga rasio, dinotasikan dengan $\hat{\mu}_r$

Penduga yang diperoleh berbias, namun dapat dikurangi diabaikan untuk n besar

PENDUGA RASIO

Penduga rasio bagi rata-rata populasi, : $\hat{\mu}_r = \frac{\sum_{i=1}^n M_i \bar{y}_i}{\sum_{i=1}^n M_i}$

Dugaan ragam bagi :

$$\hat{V}(\hat{\mu}_r) = \left(\frac{N-n}{N}\right) \frac{1}{n\bar{M}^2} s_r^2 + \frac{1}{nN\bar{M}^2} \sum_{i=1}^n M_i^2 \left(\frac{M_i - m_i}{M_i}\right) \frac{s_i^2}{m_i}, \quad (9.10)$$

dimana

$$s_r^2 = \frac{\sum_{i=1}^n M_i^2 (\bar{y}_i - \hat{\mu}_r)^2}{n-1}$$

dan

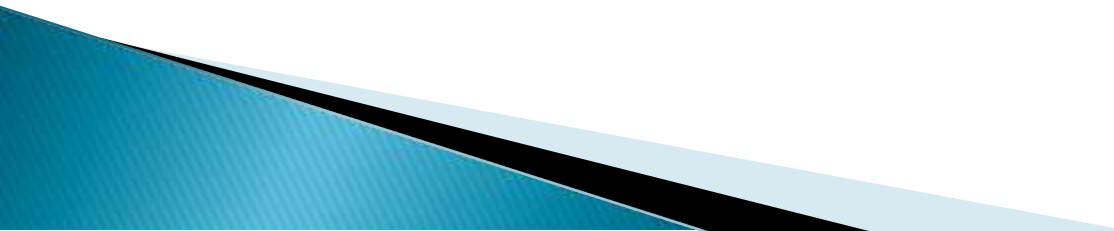
$$s_i^2 = \frac{\sum_{j=1}^{m_i} (y_{ij} - \bar{y}_i)^2}{m_i - 1}, i = 1, \dots, n. \quad (9.12)$$

Batas kesalahan pendugaan : $B = 2\sqrt{\hat{V}(\hat{\mu}_r)}$

Contoh

Dengan menggunakan data contoh sebelumnya dugalah rata-rata waktu perbaikan per mesin beserta batas kesalahan pendugaan.

Asumsikan bahwa perusahaan tersebut tidak tahu berapa banyak mesin yang digunakan di seluruh pabrik yang mereka miliki.



Pendugaan Total Populasi

▶ Pendugaan τ :

$$\hat{\tau} = M\hat{\mu} = N \frac{\sum_{i=1}^n M_i \bar{y}_i}{n}$$

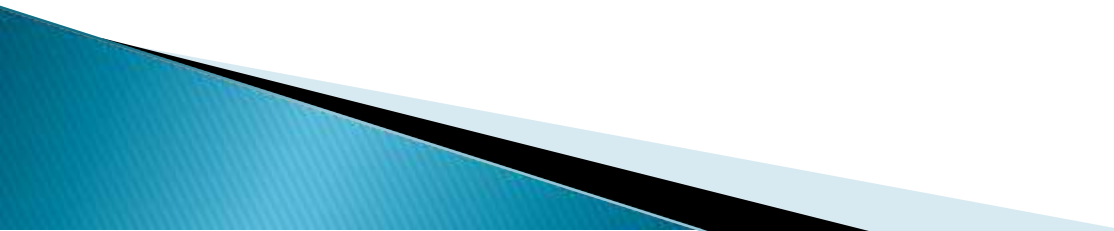
▶ Dugaan ragam bagi $\hat{\tau}$:

$$\hat{V}(\hat{\tau}) = M^2 \hat{V}(\hat{\mu}) = \left(\frac{N-n}{N} \right) \frac{N^2}{n} s_b^2 + \frac{N}{n} \sum_{i=1}^n M_i^2 \left(\frac{M_i - m_i}{M_i} \right) \frac{s_i^2}{m_i}$$

▶ dimana $s_b^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (M_i \bar{y}_i - \bar{M} \hat{\mu})^2}{n-1}$ dan $s_i^2 = \frac{\sum_{j=1}^{m_i} (y_{ij} - \bar{y}_i)^2}{m_i - 1}; i = 1, \dots, n$

▶ Batas Kesalahan $B = 2\sqrt{\hat{V}(\hat{\tau})} = 2\sqrt{M^2 \hat{V}(\hat{\mu})}$

Contoh

- ▶ Dugalah total waktu perbaikan untuk semua mesin yang dimiliki perusahaan garmen pada bulan lalu seperti pada contoh sebelumnya. Sertakan batas kesalahan pendugaannya.
- 

Pendugaan Proporsi Populasi

Penduga bagi Proporsi Populasi p :

$$\hat{p} = \frac{\sum_{i=1}^n M_i \hat{p}_i}{\sum_{i=1}^n M_i}$$

Dugaan ragam bagi \hat{p} :

$$\hat{V}(\hat{p}) = \left(\frac{N-n}{N} \right) \frac{1}{n\bar{M}^2} s_r^2 + \frac{1}{nN\bar{M}^2} \sum_{i=1}^n M_i^2 \left(\frac{M_i - m_i}{M_i} \right) \frac{\hat{p}_i \hat{q}_i}{m_i - 1}$$

Dimana $s_r^2 = \frac{\sum_{i=1}^n M_i^2 (\hat{p}_i - \hat{p})^2}{n-1}$ dan $\hat{q}_i = 1 - \hat{p}_i$

Batas kesalahan pendugaan :

$$B = 2\sqrt{\hat{V}(\hat{p})}$$

CONTOH

Perusahaan pada contoh sblmnya ingin menduga proporsi mesin yang memerlukan perbaikan besar. Proporsi contoh mesin yang membutuhkan perbaikan besar diberikan oleh tabel berikut (mesin sama dengan pada contoh sblumnya).

Pabrik	M_i	m_i	a_i	p_i
1	50	10	4	0,40
2	65	13	5	0.38
3	45	9	2	0.22
4	48	10	3	0.30
5	52	10	5	0.50
6	58	12	3	0.25
7	42	8	3	0.38
8	66	13	4	0.31
9	40	8	2	0.25
10	56	11	4	0.36

Dugalah p , proporsi mesin yang menjalani perbaikan besar untuk semua pabrik, beserta batas kesalahan pendugaannya.